This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

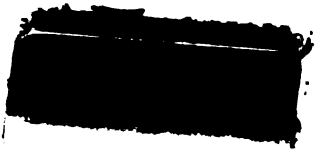
+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

B 444710

1817
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE



QA
35
.352
1991

ARITMETICA RIFORMATA

DI

ISIDORO BERNAREGGI
BARNABITA
GIA' PUBBLICO PROFESSORE DI MATEMATICA
NELLA CITTA' DI LODI.

SECONDA EDIZIONE

Arricchita di molte cose, che mancavano alla prima, ed insieme resà più facile e piana di quella, di maniera che può esser intesa da chicchessia.

MILANO)(MDCCCI.

PER LUIGI VELADINI, CONTRADA S. RADEGONDA.

QA
35
.B52
1801

LETTERA DEDICATORIA

AL CITTADINO CARLO MANCINI LODIGIANO.

A voi, Cittadino Carlo Mancini, *dedico questa mia, qualunque siasi opericciuola. L'amor grande, e la viva propensione, che voi avete sempre nutrita, e tuttavia nutrite in petto per ogni genere di scienze; sicchè chiunque viene a voi, vi trova sempre occupato su libri; e quindi la stima, che dimostrate avere di quelli, li quali in qualche maniera si studiano, e si adoperano per coltivarla, e promoverla, mi hanno spinto e stimolato a ciò fare. Già nel tempo, ch' io ebbi l'onore di recarvi qualche lezione intorno alle matematiche facoltà; essendo uscita alla luce la mia* Aritmetica Riformata, *voi dimostraste subito grande desiderio di conoscere a fondo i principj, e fondamenti, sopra de' quali si appoggia il mio metodo di conteggiare; ed appena io ve li additai, che avendoli voi perfettamente compresi, da per voi medesimo, e senz' altro ajuto leggendo, e studiando il mio libro, imparaste a esattamente calcolare colle regole da me prescritte, e conoscendone i vantaggi, vi degnaste di commendarle a preferenza delle comuni. Per la quale cosa dedicandovi io questa seconda edizione, non intendo di presentarvi alcuna cosa nuova; ma solo di procacciarle un Mecenate; il quale la riguardi con occhio benigno, la difenda, e protegga, ove fia bisogno, dalla critica, e dicerie degli Imperiti. Conciossiachè non sono mancati, nè mancano ancora di presente di quelli, li quali avvezzi a que' modi comunemente adoperati di calcolare le quantità complesse Aritmetiche, li quali modi non hanno servito ad altro, che a vieppiù guastare, e corrompere la nativa bellezza, e semplicità della nostra volgare Aritmetica; senza previo, e maturo esame, ardiscono definire, che quantunque il mio meto-*

do sia da preferirsi al comune ne' conti alquanto lunghi, e più sublimi di Aritmetica; ne' casi però più semplici, debbasi il comune preferirsi al mio. Ma primamente avendo io mirato nella mia opera a rendere generalmente la volgare Aritmetica più semplice e spedita che fosse possibile, quand' anche io avessi ciò ottenuto rispetto a' casi più difficili, e sublimi della medesima, non potrei io a giusta ragione vantarmi di avere conseguita quel fine, che pubblicando la mia Aritmetica, mi sono proposto? comecchè in alcuni semplicissimi casi, ed elementari; fosse più spediente il metodo comunemente adoperato? In oltre però in questa edizione, più estesa della prima, dimostro chiaramente, e fo toccare con mano a chicchessia, che anche ne' conti più semplici e volgari, non meno che ne' più composti, il mio metodo è più breve, e spiccio del comune; quindi porgo a' Mercanti, venditori di merci, Bottegaj, le maniere che debbono in pratica particolarmente seguire per calcolare sul fatto quanto essi hanno di bisogno. Oltre a tutto ciò, Voi, Cittadino MANCINI, *troverete in questa edizione aggiunte molte cose, che mancavano alla prima, come sono tra le altre il Capo* V., *e §.* 11. *Cap.* VII., *nel primo de' quali prescrivo le regole da seguirsi nel mio metodo in que' conti, li quali nel medesimo tempo richieggono la moltiplicazione, e la divisione; e nel secondo porgo la regola da tenersi in quelle quistioni Aritmetiche, le quali esigono più regole del tre semplice dipendenti le une dalle altre; le quali cose, spero, che non vi dispiaceranno. Accogliete adunque con quella gentilezza e cortesia, che è tutta propria del vostro animo il presente che vi fo; mentre ho l' onore di dichiararmi, qual veramente sono.*

Vostro Umil.° Ser.°
ISIDORO BERNAREGGI
BARNABITA.

2 Ar. Com
agrum
-135-28
6615

PREFAZIONE.

Avendo io inteso, che la mia *Aritmetica Riformata* riesca a molti alquanto difficile, e sia da pochi bene intesa a cagione delle dimostrazioni espresse con lettere, (le quali per altro non potevano farsi diversamente, volendo che fossero generalmente applicabili a qualunque caso); alla quale maniera di parlare pochi sono avvezzi, e bramando io pure dall' altra parte ch' essa sia abbracciata, e ricevuta generalmente da que' Giovani, li quali mirano a divenire veri Aritmetici, come quella senza alcun dubbio, che insegna a trattare colla maggiore speditezza possibile i numeri, che contengono rotti; mi sono determinato di pubblicarne un compendio, (se pure tale si può chiamare), nel quale lasciate le dimostrazioni da parte stare; il lettore possa più agevolmente vedere le regole, che si debbono osservare per maneggiare con sicurezza, e precisione ne' conti le frazioni decimali. Vi ho aggiunto per comodo de' principianti le tavole di riduzione de' *rotti comuni* a frazioni decimali di tutte quelle materie, che comunemente cadono sotto a calcolo. L' ho accresciuto altresì d'un capo, il quale contiene le regole per far uso delle decimali frazioni in quelle ope-

razioni Aritmetiche, le quali richieggono nel medesimo tempo la moltiplicazione, e la divisione. Ho estesa la Regola del Tre; ed ho resa l'applicazione delle decimali frazioni alla medesima molto più facile, e spedita, che non è nell' Aritmetica Riformata.

Si lusinga l'Autore che questa seconda edizione, ch' egli giudica utilissima a chiunque, possa essere compatita, e benignamente ricevuta dal Pubblico.

PRELIMINARE.

Per ispiegarci colla maggiore possibile brevità, ci serviremo de' sei seguenti segni $+ - = > < \times$, li quali sono comunemente in uso non meno presso gli Aritmetici, che i Geometri. Il primo, (che in italiano pronunciasi *più*) indica la somma di quelle quantità, tra le quali esso è posto. Così l'espressione $8 + 3$ indica all' 8 doversi aggiungere il 3. Similmente $8 + 3 + 5$ significa la somma di 8, 3, 5; e per conseguenza equivale a 16. Il secondo, che si pronuncia *meno*; indica la sottrazione. Così $9 - 4$, dinota dal 9 doversi sottrarre il 4; onde equivale a 5. Parimenti $9 - 4 - 1$ significa dal 9 doversi sottrarre 4 e 1, cioè 5; epperò l'espressione dinota 4. Il terzo esprime eguaglianza tra le quantità, tra le quali esso è collocato. A cagione di esempio $8 + 3 = 11$ indica che $8 + 3$ è eguale a 11. Il quarto significa che la quantità, che lo precede, è maggiore di quella, che gli viene in seguito. Così la formola $15 > 14$, esprime che il 15 è maggiore di 14. Il quinto significa il contrario. Finalmente il sesto dinota la moltiplicazione. Così 5×7 esprime il prodotto di 5 moltiplicato per 7; e però equivale a 35. Così an-

cora $5 \times 7 \times 3$ esprimerà il prodotto, che si ha moltiplicando primamente il 5 per 7, ed in seguito il prodotto 35 per 3, onde sarà $5 \times 7 \times 3 = 105$.

Quando le quantità che si debbono moltiplicare tra loro, sono composte di più parti, per indicarne il prodotto col segno $\times$, si scrivono tra due parentesi; così volendo indicare che la quantità $5 + 7$, dee essere moltiplicata per $8 + 3$, la moltiplicazione da farsi, si scriverà così $(5 + 7) \times (8 + 3)$, ovvero anche in quest' altro modo $\overline{5 + 7} \times \overline{8 + 3}$.

DEFINIZIONE I.

1. *Rotti comuni* chiamo quelle parti di una quantità, nelle quali essa si suole comunemente dividere o suddividere. Così a cagione di esempio, i soldi e danari si diranno rotti comuni della lira; le once, rotti comuni della libbra e del braccio; e così degli altri. Tali saranno ancora la metà, un terzo ec. di qualsivoglia quantità.

ANNOTAZIONE.

2. *I rotti comuni* si sogliono esprimere in carta col mezzo di due numeri, uno de' quali si scrive sopra una lineetta, e chiamasi *Numeratore* del rotto; l'altro sotto, e dicesi *Denominatore*. Così per esempio due terzi si esprimono così $\frac{2}{3}$. Il Numeratore tale si appella, perchè numera le parti dell' unità; ed il Denominatore dicesi tale, perchè dà il nome alle medesime parti. Nel rotto $\frac{2}{3}$ il 2 dinota doversi prendere due parti di unità; ed il 3 indica queste parti dover essere terze.

3. Il Denominatore adunque d'un rotto esprime sempre in quante eguali parti sia, o debbasi concepire divisa l'unità intera; ed è per conseguenza a questa eguale. A que' rotti, li quali sono più comunemente in uso presso gli uomini, come sono i soldi e danari rispetto alla lira, non si sottopone il denominatore, perchè per il grand' uso che se ne fa, è noto quale esso debba essere. Ognuno sa, che il denominatore del soldo, considerato come rotto di lira, è il 20; ed il denominatore del danaro, considerato come rotto del soldo, è il 12; e considerato come rotto immediato di lira è $20 \times 12 = 240$.

4. I rotti comuni diconsi *omogenei* quando hanno lo stesso denominatore. Tali sono $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$; e chiamansi *eterogenei*, quando l'hanno diverso, come sono $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$.

5. In questo compendio non avremo bisogno di altre operazioni intorno a' rotti comuni, che di quella, colla quale i mede-

simi si sommano. Ora è evidente che i rotti omogenei si sommano, unendo insieme i numeratori, ed alla somma sottoponendo il comune denominatore. Così la somma de' rotti $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$ è $\frac{2+4}{5} = \frac{6}{5}$; ovvero, effettuando la divisione, $1\frac{1}{5}$.

6. Ma per fare la somma de' rotti *eterogenei*, necessaria cosa è ridurli prima all' omogeneità. Questa riduzione generalmente si fa nel seguente modo. Si moltiplichi ciascheduno numeratore per il prodotto di tutti i denominatori degli altri rotti; e si avranno i numeratori de' rotti ridotti. Il prodotto poi di tutti quanti i denominatori moltiplicati tra loro sarà il comune denominatore.

ESEMPIO.

7. Siano da ridurre all' omogeneità i seguenti rotti $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{7}$

Il numeratore del primo rotto ridotto sarà $1\times4\times7=28$
del secondo . . . . . $3\times2\times7=42$
del terzo . . . . . $6\times2\times4=48$
Il denominatore poi comune sarà . . . . $2\times4\times7=56$

sicchè i proposti rotti ridotti saranno $\frac{28}{56}$; $\frac{42}{56}$; $\frac{48}{56}$; la somma de' quali è $\frac{28+42+48}{56} = \frac{118}{56} = 2\frac{6}{56}$, e tale sarà ancora la somma de' proposti rotti $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{6}{7}$.

8. Questa, come già si è detto, è la regola generale. In molti casi però si può fare la riduzione più speditamente. Siano da ridurre all' omogeneità i seguenti rotti $\frac{1}{3}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{6}{27}$. Io osservo che i denominatori 3, 9 de' primi due rotti sono esattamente contenuti nel denominatore 27 del terzo. Il primo vi è contenuto nove volte, il secondo tre; quindi moltiplico tutto il primo rotto (cioè tanto il numeratore quanto il denominatore) per 9; e similmente tutto il secondo rotto per 3; e senz' altro ho i rotti ridotti $\frac{9}{27}$; $\frac{12}{27}$; $\frac{6}{27}$; e volendo la somma de' proposti rotti $\frac{1}{3}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{6}{27}$; questa sarà $\frac{9+12+6}{27} = \frac{27}{27} = 1$.

9. Con questa regola si potranno, quando occorre, facilmente sommare tutti que' rotti, ne' quali una data quantità si suole dividere, e suddividere. Siano per esempio da sommare i rotti di lira, 9 soldi, 7 danari. Si moltiplichino i 9 soldi per 12, ed al prodotto 108 si aggiungano i 7 danari; e si avranno 115 danari. Perchè poi la lira è composta di 240 danari, i detti danari si potranno esprimere così lire $\frac{115}{240}$.

10. Siano parimenti da sommare i rotti di braccio, 5 once, 8 punti. Perchè l'oncia si divide in 12 punti, si moltiplichino le 5 once per 12, ed al prodotto 60 si aggiungano gli 8 punti; e si avranno 68 punti, che saranno la somma di 5 once e 8 punti. Perchè poi il braccio si divide anch' esso in 12 once, i detti 68 punti si potranno esprimere così braccia $\frac{68}{12 \times 12} = \frac{68}{144}$.

11. Finalmente convenga unire in una somma i rotti del moggio, staja 7, quart. 3, metà 2. imperocchè lo stajo si divide in 4 quartari, si moltiplichino le staja 7 per 4, ed al prodotto 28 si aggiungano i tre quartari; e si avranno quartari 31. Similmente, perchè il quartaro si suddivide in 4 metà, si moltiplichino i trovati quartari 31 per 4, ed al prodotto 124 si aggiungano le due metà, e si avranno 126 metà, le quali saranno la somma de' rotti staja 7, quartari 3, metà 2. Ora, perciocchè il moggio si divide in 8 staja, le 126 metà si potranno esprimere così moggia $\frac{126}{8 \times 4 \times 4} = \frac{126}{128}$.

Annotazione.

12. Osservi attentamente in questo luogo il Principiante, che il denominatore da sottoporsi alla somma di tutti i rotti per ridurla ad essere rotto immediato dell' intero, è sempre il prodotto che nasce moltiplicando tra loro tutti i denominatori de' rotti, li quali si sono in una somma uniti, come può vedere ne' tre esempj recati di sopra.

Definizione II.

13. Chiamerò *quantità comune* quella che contiene rotti comuni.

Definizione III.

14. *Frazioni decimali* si chiamano que' rotti, li quali hanno per denominatore l'unità seguita da uno o più zeri. Tali sono i rotti $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{1000}$ ec.

Annotazione.

15. Se l'unità si concepisca divisa in dieci eguali parti, e ciascheduna di queste in altre dieci eguali parti, e così successivamente, tutte queste parti di unità saranno *frazioni decimali*. Imperocchè nella concepita divisione ciascheduna parte susseguente essendo dieci volte minore di ciascheduna delle parti, che immediatamente precedono, egli è manifesto che una delle prime parti essendo la $\frac{1}{10}$ parte di unità; una delle seconde sarà la $\frac{1}{10}$ d'una $\frac{1}{10}$; cioè la $\frac{1}{100}$ di unità; e così di seguito. Quindi ne segue che le frazioni decimali sono una continuazione al di sotto dell'unità di quella medesima scala, o serie decupla, la quale viene formata de' numeri interi; la quale scala si può esprimere così, ec. 100; 10; 1; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{100}$ ec. Dalla quale uniformità delle frazioni cogli interi nasce una mirabile facilità nel conteggio.

16. Per maggior facilità del calcolo le frazioni decimali si sogliono scrivere senza denominatore; ed in di lui vece si fa loro precedere una virgola, la quale dinota, le cifre che a lei vengono in seguito essere frazioni decimali. Così la frazione $\frac{385}{1000}$ si scrive in questo modo ,385; ma più comunemente, quando mancano gli interi, in luogo di questi si pone un zero; e perciò la detta frazione si potrà scrivere anche così 0,385. In tanto poi si ommette il denominatore, perchè già si sa, che per la natura di queste frazioni, esso debbe di necessità essere l'unità con tanti zeri appresso, quanti sono i caratteri decimali. Così il denominatore della frazione 0,385 è 1000 perchè tre sono le cifre decimali.

17. Siccome poi ne' numeri interi, ogni qual volta mancano le decine, le centinaja ec., si pongono in loro luogo de' zeri, per conservare il valore delle cifre, che seguitano a sinistra; così nelle

frazioni decimali, quando avviene che manchino le decime, le centesime, ec. si scrivono in loro luogo de' zeri, per promovere verso destra ne' loro debiti luoghi le altre cifre. Così volendo scrivere la frazione $\frac{3}{1000}$ senza denominatore, acciocchè il numeratore 3 si trovi al luogo delle parti millesime che esprime, gli si fanno precedere due zeri; e la proposta frazione si scrive così 0,003.

18. Dalle dette cose si raccoglie adunque la regola generale di notare qualunque decimale frazione senza denominatore; e reciprocamente di restituire il denominatore ad una decimale frazione, che non lo abbia; la quale regola è questa. Vuoi tu scrivere una decimale frazione senza denominatore? Conta i zeri, che sono nel denominatore; e se il numeratore ha altrettante cifre, poni una virgola alla sinistra di queste, ed un zero, se vuoi, alla sinistra della virgola; ed avrai quanto brami (n.° 16). Che se il numeratore avrà minore numero di cifre, poni alla sinistra di queste tanti zeri, quanti si richieggono per uguagliare il numero de' zeri, che trovansi nel denominatore; ed a questi fa precedere una virgola, ed alla virgola un zero; ed avrai quanto desideri (n.° 17).

19. Reciprocamente; vuoi tu restituire il denominatore ad una frazione decimale, che non lo ha? Scrivici sotto l'unità con tanti zeri appresso, quanti sono i caratteri decimali (compresi i zeri, se ve ne sono) nella decimale frazione; e sarà fatto quanto cerchi. Così vuoi tu restituire il denominatore alla frazione 0,457; questa sarà $\frac{457}{1000}$; e volendolo restituire alla frazione 0,003, questa si ridurrà a $\frac{003}{1000}$; o sia $\frac{3}{1000}$.

20. Finalmente, siccome i zeri scritti innanzi a' numeri interi, cioè alla sinistra de' medesimi, nulla significano, nè mutano in alcun modo il valore de' medesimi numeri; così per l'opposto una decimale frazione espressa senza denominatore rimane sempre la stessa, comecchè alla di lei destra si pongano quanti si vogliano zeri. Quindi la frazione 0,216 avrà lo stesso valore che quest' altra 0,21600 ec. Si osservi solamente che il denominatore della frazione 0,216 sarà 1000, e quello della frazione 0,21600 ec. sarà 100000 ec.

Definizione IV.

21. Chiamerò *quantità*, ovvero *numero decimale* quello che contiene *frazioni decimali* in qualunque modo; e *puramente decimale* quello, che non contiene che frazioni decimali. Così decimale si dirà tanto il numero 45,728; quanto quest' altro 0,2357; ma volendo indicare che il secondo è mancante di parte intera, esso si dirà puramente decimale.

CAPO PRIMO

DELLE OPERAZIONI ARITMETICHE NE' NUMERI DECIMALI.

§. I.

Dell' Addizione, e Sottrazione ne' decimali numeri.

PROPOSIZIONE I.

Fare le sopraddette operazioni.

Soluzione.

22. Per *sommare* i numeri decimali, si scrivano gli uni sotto gli altri in maniera, che le virgole, le quali distinguono i caratteri decimali dagli interi, si trovino situate in una stessa linea verticale, cioè le une direttamente sottoposte alle altre. Con tal modo ciascheduna cifra di un numero decimale si troverà collocata sotto ciascheduna omogenea dell' altro; cioè le unità, decine ec. sotto le unità, decine ec., e le decime, centesime ec. sotto le decime, centesime ec. Con l'istessa legge si scrivano cotali numeri, ogni qual volta si debbano vicendevolmente sottrarre. Di poi si faccia l'Addizione, e la Sottrazione come si usa ne' numeri interi. Finalmente nella Somma, o nel Restante si ponga una virgola sotto le altre; e l'una, e l'altra operazione sarà terminata. Vedi gli esempj nella Tav. I.

ANNOTAZIONE.

23. Se il numero, a cagione d'esempio 38,724 si dovrà sottrare dal numero 539; questo si dovrà scrivere, o intendersi scritto così 539,000.

§. II.

DELLA MOLTIPLICAZIONE NE' NUMERI DECIMALI.

PROPOSIZIONE II.

Fare la sopraddetta operazione.

SOLUZIONE.

24. Si scrivano, e si moltiplichino tra loro questi numeri, come se fossero interi. Di poi nel prodotto si separino alla destra con la virgola tante cifre dalle altre, quanti sono i caratteri decimali in ambedue i *Fattori*, cioè ne' numeri, che si sono tra loro moltiplicati; e si avrà senz' altro il prodotto cercato. Vedi nella Tav. II. i primi tre esempj.

ANNOTAZIONE I.

25. Convien avvertire, che se nel prodotto non si troveranno tante cifre, quanti caratteri decimali sono in ambedue i *Fattori*; in tal caso si dovrà supplire al difetto con altrettanti zeri posti innanzi al ritrovato prodotto. Vedi l'esempio IV.

ANNOTAZIONE II.

26. Se un numero decimale dovrà essere moltiplicato per un altro numero formato dall'unità con alquanti zeri appresso; in tal caso si avrà il prodotto col solo trasporto della virgola nel numero decimale, trasportandola cioè da sinistra verso destra per tante cifre, quanti sono i zeri nell'altro Fattore. Vedi l'esempio V.

§. III.

Della Divisione ne' numeri decimali.

PROPOSIZIONE III.

Fare la sopraddetta operazione.

SOLUZIONE.

27. I numeri decimali, ne' quali si vuol fare la divisione, si considerino come se fossero interi. Si dividano l'uno per l'altro colle regole degli interi, e nel quoziente si rendano colla solita virgola decimali tante cifre, quanti caratteri decimali ha il *Dividendo* più del Divisore, e la divisione sarà effettuata. Vedi i primi tre esempj spettanti alla divisione. Tav. III.

ANNOTAZIONE I.

28. Se il *Dividendo* avrà minor numero di cifre decimali, che il Divisore; in tal caso si aggiugneranno alla di lui destra tanti zeri, quanti sono necessarj per supplire al difetto, i quali zeri non mutano il valore dello stesso Dividendo (Ann. alla Defin. III. §. IV.) Così se bisognasse dividere 2356,14 per 3,21, si aggiugnerà almeno un zero al Dividendo, come si vede nell'esempio IV. Lo stesso si farà, ogni qual volta il *Dividendo* non abbia tante cifre, che bastino per uguagliare, o superare lo stesso Dividendo, come si può vedere nell'esempio V.

ANNOTAZIONE II.

29. Se fatta la divisione, accaderà, che il Quoziente abbia un numero di cifre minore di quello che è necessario, per mandare ad effetto la regola prescritta nella Soluzione, allora si porranno innanzi al ritrovato Quoziente tanti zeri, quanti fanno duopo, acciocchè il medesimo quoziente possa avere tanti caratteri decimali, quanti nel Dividendo ve ne sono oltre quelli del Divisore. Esempio VI.

30. Essendo generalmente in uso presso gli uomini i rotti comuni, per conteggiare col mezzo delle decimali frazioni, necessaria cosa è mutare prima quelli in queste; ed in seguito conviene convertire di nuovo queste in quelli; come ciò si possa ottenere, esporremo nel seguente capo.

Tav. I.

ESEMPJ

Dell'Addizione ne' numeri decimali.

	I.	II.	III.
	0,438	47,021	341,978
	0,634	8,000	51,807
	0,47	2,5	4,07
Somma	1,542	57,521	397,855

ESEMPJ

Della Sottrazione.

	I.	II.	III.
	52,732	28,003	26,030
	3,16	12,627	25,422
Restante	49,572	15,376	0,608

ESEMPJ *Tav. II.*

Della Moltiplicazione.

I.

3,5 4 2
6,1 7

2 4 7 9 4
3 5 4 2
2 1 2 5 2

Prodotto 2 1,8 5 4 1 4

II.

0,8 9 3
0,6 7

6 2 5 1
5 3 5 8

0,5 9 8 3 1

III.

3 6 4 0 0
0,2 3

1 0 9 2 0 0
7 2 8

8 3 7 2,0 0

IV.

0,1 2 4
0,2 3 1

1 2 4
3 7 2
2 4 8

0,0 2 8 6 4 4

V.

5 8 7,4 6 2
1 0 0

5 8 7 4 6,2

ESEMPJ *Tav. III.*

Della Divisione ne' numeri decimali.

I.

4,2)13,692(3,26
1 09
252
000

II.

0,15)0,3510(2,34
5
60
00

III.

0,06)49,872(831,2
1
0012
00

IV.

3,21)23561,4(7340
1091
1284
00000

V.

22,4)2,80(0,1
56

VI.

54)0,428(0,007
50

VII.

100)273,56(2,7356

VIII.

100)0,345(0,00345

CAPO SECONDO

DELLA MANIERA DI CONVERTIRE I ROTTI COMUNI IN FRAZIONI DECIMALI E RECIPROCAMENTE QUESTE IN QUELLI.

PROPOSIZIONE IV.

Convertire i rotti di una quantità comune in frazioni decimali.

31. Se il rotto è un solo, come $\frac{3}{4}$, si moltiplichi per 10 il numeratore 3, (il che si fa aggiugnendovi un zero); ed il prodotto 30 si divida per il denominatore 4, si avrà il quoziente 7 col restante 2. Si moltiplichi di nuovo questo restante per 10, ed il prodotto 20 si divida per lo stesso denominatore 4, si avrà il quoziente 5, senz' altro restante. Dunque il rotto comune $\frac{3}{4}$ equivale alla frazione decimale 0,75. Similmente sia da ridurre a frazioni decimali il rotto di lira, 9 soldi, o sia lire $\frac{9}{20}$. Moltiplicato per 10 il numeratore 9, si divida il predetto 90 per il denominatore 20, e si avrà il quoziente 4: col restante 10 si moltiplichi questo residuo 10 per 10, ed il prodotto 100 si divida per 20, e si avrà il quoziente esatto 5. Dunque il rotto 9 soldi equivale esattamente a lire 0,45.

32. Se i rotti saranno più, si sommino, e si riducano ad un solo rotto con le regole date ne' numeri 8, 9, 10; in seguito si operi come si è detto nel numero precedente. Così se si dovranno ridurre a frazioni decimali di lira i rotti 9 soldi, 6 danari, si sommino questi due rotti sicchè si abbia 114 den., o siano lire $\frac{114}{240}$. In seguito si divida 1140 per 240, ossia 114 per 24, e si avrà il quoziente 4 col restante 18. Si divida di nuovo 180 per 24, e si avrà il secondo quoziente col restante 12. Si divida in

oltre 120 per 24, e si avrà 5 per quoziente senz' alcuno restante. Quindi la somma de' due proposti rotti comuni 9 soldi e 6 denari, saranno esattamente mutati nella decimale frazione lire 0,475.

ANNOTAZIONE.

33. Le quantità, che sortono riducendo uno o più rotti comuni a frazioni decimali, chiamerò in seguito *quantità ridotte*. Quantità ridotta esatta, dirò quella, che esprime esattamente il valore de' rotti comuni, li quali in frazioni decimali si sono mutati. Tali sono le quantità decimali ritrovate negli esempj recati nei numeri 31, 32.

34. Quantità *ridotta difettosa* chiamerò quella, che non esprime che difettosamente i rotti comuni, li quali si sono mutati in frazioni decimali. Siano da convertire in decimali i rotti comuni di lira, 8 soldi, e 4 denari, ossia il rotto lire $\frac{100}{240}$. Operando come si è detto, si troverà il quoziente, ovvero la quantità ridotta lire 0,4166 ec., la quale non avrà alcun fine. S'interrompa la divisione dopo la quarta decimale cifra, il quoziente 0,4166 sarà una di quelle quantità ridotte, ch' io dico *difettose*.

35. Nella riduzione de' rotti comuni a frazioni decimali, sono manifeste due cose. 1. Quanto più si continua la riduzione, tanto più la quantità ridotta s' accosta al valore della corrispondente quantità comune. Così riducendo a frazioni decimali i rotti comuni 8 soldi, 4 denari, quanto più si continua la riduzione, più la quantità ridotta lire 0,41666 ec. s'accosta a 8 soldi, e den. 4. 2. Interrompendo la riduzione per esempio dopo la quarta decimale cifra, la *quantità ridotta difettosa* lire 0,4166 ec. differirà dal valore 8 soldi 4 denari meno di $\frac{1}{10000}$ parte di lira.

36. Quindi se l'ultima decimale cifra di una quantità ridotta difettosa s'accrescerà di una di quelle parti, che essa cifra esprime, la medesima quantità ridotta diverrà maggiore della corrispondente quantità comune, ma l'eccesso sarà sempre minore della parte accennata nel numero precedente. Così stando all' esempio di sopra recato, se in vece di lire 0,4166 ec. si prenderà lire 0,417, questa quantità sarà bensì maggiore di 8 soldi, e 4 denaro, ma l'eccesso sarà minore di $\frac{1}{1000}$ di lira.

37. Riguardo alla riduzione, della quale parliamo, si può cercare quante decimali cifre si debbano dare alla quantità ridotta, acciocchè essa differisca dalla corrispondente quantità comune meno di una qualsivoglia parte di questa. Così a cagione d'esempio, supposto che debbasi mutare la quantità comune lire 48 soldi 8 den. 4 in quantità decimale, e si voglia che questa differisca da quella meno di un denaro, ovvero di una decima, centesima ec. parte di denaro, per quante decimali cifre si dovrà continuare la riduzione per ottenere l'intento? A ciò rispondo, che tre essendo le cifre, che formano il denominatore 240 del denaro considerato come rotto di lira, per tre caratteri decimali si dovrà continuare la riduzione, acciocchè la ridotta differisca dalla quantità comune meno di un denaro; per quattro, acciocchè differisca meno di una decima di denaro; per cinque, acciocchè la differenza sia minore di una centesima parte di denaro; e così successivamente. Lo stesso avrà luogo per le altre quantità.

38. Se continuando la riduzione oltre alle cifre decimali prescritte, venisse in seguito una cifra decimale maggiore di 5; in tal caso, aumentando di una parte l'ultima delle medesime decimali cifre, la quantità ridotta che nasce, e che diremo prossima *eccedente*, conterrà tutte e non più le parti del rotto comune. Così nell' addotto esempio delle lire 48, sol. 8, den. 4, se in vece di 48,416 si prenderanno lire 48,417, questa ridotta, oltre ai soldi, conterrà più de' 4 denari della quantità comune, ma non giugnerà a contenerne 5.

39. Per giovare a' principianti, e risparmiare loro la fatica di ridurre ogni volta le quantità comuni a decimali, porrò qui alcune tavole di ridotte di quelle quantità comuni, che più frequentemente si adoperano negli usi umani, e formano perciò la più ordinaria materia de' conti. Queste quantità sono principalmente *Moneta*, *Peso*, *Estensione*, *Tempo*; prima però di recare le Tavole, conviene che esponiamo le varie maniere, con le quali esse si sogliono dividere e suddividere.

Moneta.

40. La specie di moneta, che più comunemente si usa, è quella che chiamasi lira, la quale perciò nel commercio si suole ordinariamente prendere per l'unità intera. Questa presso di noi

si divide in 20 eguali parti, chiamate *soldi*. Il soldo si divide in 12 *denari*. Il denaro è l'ultimo ed infimo rotto della lira, nè si divide in altre parti, se non in quelle che sono comuni ad ogni altra quantità, come sono le *metà*, i *terzi*, i *quarti* ec.

41. Sei lire formano quella moneta, che dicesi *scudo*. Questo entra ne' conti che appartengono all' *estimo*, ossia *censo prediale*. Riguardo a questi conti conviene sapere, che la lira, come parte sesta dello scudo, si suddivide in otto eguali parti, chiamate perciò ottavi di lira.

Peso.

42. La' misura più generale del Peso è la libbra; ed è di due specie, una chiamata *libbra grossa*, l'altra *picciola*, che comunemente si dice *liretta*. Quella si partisce in 28 eguali parti, che si appellano once, dodici delle quali formano la libbra piccola. In ambedue le libbre ciaschedun' oncia si separa in 24 eguali parti, le quali si chiamano denari, e finalmente ciaschedun denaro si scompone in altre 24 eguali parti, che si nominano *grani*.

43. Venticinque libbre picciole formano quella misura, o unità, che dicesi comunemente *peso*; onde volendo calcolare il *peso* in libbre grosse, esso sarà composto di 10 libbre grosse e 20 once.

Estensione.

44. L'estensione è di tre specie, altra è solamente *lunga*, qual è la linea; altra è lunga e larga, come la superficie; ed altra in fine è lunga, larga ed alta, ossia profonda, qual è quella de' corpi o solidi.

45. La misura, di cui si servono i Mercanti per misurare la lunghezza de' panni, nastri ec. è quella che si nomina *Braccio*. Questo si divide in 12 *oncie*, l'oncia in 12 *punti*.

46. La misura che adoperano gli Agrimensori per misurare la lunghezza de' terreni, è quella che si nomina *Trabucco*. Egli è però molto più comodo ne' conti, che appartengono a' terreni; il prendere per prima misura delle loro dimensioni la *tavola lineare*, la quale è doppia del Trabucco. Questa si divide in 12 eguali parti chiamate *piedi*. Ciaschedun piede si suddivide in altre 12 eguali parti, che si appellano *once*. L'oncia si divide di nuo-

vo in altre 12 eguali parti, che si dicono *punti*. Il punto si separa in 12 *minuti*. Il minuto in 12 *atomi*. L'atomo in 12 *momenti* ec.

47. La misura, che usano gli Agrimensori per misurare le superficie terrestri, è il *Trabucco quadrato*. Questo non è altro che un quadrato avente per lato il Trabucco semplice o lineare. Sarà però più comodo il prendere ne' conti per unità la *Tavola quadrata*, quadrupla del Trabucco quadrato. Questa tavola si dividè in 12 rettangoli eguali, aventi per lunghezza la tavola lineare, e per altezza un piede, li quali si chiamano *Piedi di tavola quadrata*. Ciascheduno di questi piedi si suddivide in altri 12 eguali rettangoli, aventi per comune lunghezza la tavola lineare, e per altezza un' oncia, li quali si dicono *once di tavola quadrata*. L'oncia si suddivide similmente in 12 punti. Il punto in 12 minuti, e così successivamente, come si è detto della tavola semplice. Ventiquattro tavole quadrate formano quella misura, o estensione superficiale, che dicesi *Pertica*.

48. L'estensione corporea, ovvero solido, si misura con un corpo di figura *cuba*. Questa figura è quella di un *Dado*. Il detto solido prende la sua denominazione dalla qualità del suo lato. Se questo lato è la tavola lineare, il medesimo solido si chiama *tavola cuba*; se è un piede, si dice *piede cubo*; se è un oncia, si dice *oncia cuba* ec. La tavola cuba si divide in 12 parallelepipedi eguali, aventi per base una tavola quadrata, e per altezza un piede, li quali si chiamano *piedi di tavola cuba*. Ciascheduno di questi piedi si suddivide in altri 12 parallelepipedi, aventi per base la tavola quadrata, e per altezza un' oncia, li quali si dicono *oncie di tavola cuba*, e così successivamente.

49. I grani, come il frumento, segale ec. si misurano con una data estensione solida, ovvero capacità corporea, che chiamasi *Stajo*. Otto staja formano quell' altra misura, che dicesi *Moggio*. Ciaschedun stajo si divide in 4 quartari, il quartaro in 4 metà, la metà in 4 quartini ec.

50. Il vino si misura con una estensione o capacità corporea, che chiamasi *Brenta*. Questa nel milanese si partisce in tre eguali parti, chiamate *Stara*. Ciascheduno staro in 4 quartari, il quartaro in 8 boccali. Nel Lodigiano la Brenta, che dicesi grande, si divide in 90 *Boccali*, e la picciola in 80.

TEMPO.

51. Per primaria misura del tempo è di presente, tra noi scelta quella parte di tempo, che il sole impiega per fare nell' Ecclitica il suo apparente giro intorno alla terra. Questo si divide primamente in giorni, che sono quel tempo, nel quale la Terra compie la sua rivoluzione intorno al proprio asse; e perciocchè nel tempo, che il sole percorre tutta l'Ecclitica, la terra fa intorno al suo asse 365 $\frac{1}{4}$ rivoluzioni prossimamente, l'anno si divide in 365 $\frac{1}{4}$ giorni. Quest' anno chiamasi Astronomico. Perchè poi il $\frac{1}{4}$ di giorno poco serve agli usi civili, quindi è nata un' altra sorte di anno, che si appella *civile*, il quale è composto di soli 365 giorni, eccettuato il *bisestile*, nel quale introducendosi quattro quarti di giorno, ossia un giorno intero, viene ad averne giorni 366.

52. L' anno si divide ancora immediatamente in dodici parti chiamate *mesi*. Ma perciocchè questi mesi sono disuguali tra loro, rispetto all' Aritmetica ad altro non servono, ove non si usino le dovute cautele, che ad introdurre sovente errori massicci ne' conti. Per questa ragione noi li lasceremo stare da parte, e stabiliremo per prima divisione dell' anno civile i giorni. Questi si dividono in 24 eguali parti, che si dicono *ore*. Ogni ora si suddivide in 60 *minuti primi*, ogni minuto primo in 60 *minuti secondi*, e così successivamente.

Poste queste maniere di dividere, venghiamo alle Tavole di riduzione de' rotti comuni a frazioni decimali.

MONETA.

53. I soldi si possono ridurre a frazioni decimali di lira con tutta facilità; imperocchè, essendo due soldi la parte decima di una lira, se il numero de' soldi è pari, se ne prenda la metà, e si avranno senz' altro le parti decime di lira equivalenti al numero de' soldi: così per esempio, se sarà data la quantità comune lire 35, soldi 18, la corrispondente *Ridotta* sarà lire 35,9. E se il numero de' soldi sarà dispari, in seguito alla cifra decimale, la quale indica il prossimo numero pari de' soldi, si scriverà

verà 5, e si avrà la *Ridotta*. Così la ridotta di lire 35 soldi 19, sarà lire 35,95. Quindi non occorre che riguardo ai soldi si formi alcuna tavola di riduzione. Passiamo adunque a quella de' danari considerati come rotti di lira.

TAVOLA I.

Riduzione de' denari come rotti di lira.

54. Denari	1 = lire $\frac{1}{240}$ . . .	= lire	0,004166 ec.
	2	=	0,008333 ec.
	3	=	0,0125 esatta
	4	=	0,016666 ec.
	5	=	0,020833 ec.
	6	=	0,025 esatta
	7	=	0,029166 ec.
	8	=	0,033333 ec.
	9	=	0,0375 esatta
	10	=	0,041666 ec.
	11	=	0,045833 ec.

ANNOTAZIONE.

55. Dalle cose dette di sopra, e dalla presente tavola si raccoglie: 1. Che le quantità ridotte corrispondenti a quelle quantità comuni esprimenti prezzo, le quali non contengono altro rotto che i soldi, oppure oltre a' soldi, anche den. 3, 6, 9, sono sempre *esatte*; 2. Che tutte le altre saranno *prossime difettose*.

ANNOTAZIONE II.

56. Ecco l'uso di questa prima tavola. Sia da ridurre a quantità decimali la comune lire 30, soldi 17, den. 10. I soldi 17 equivaleranno a lire 0,85 (n.° 53). Si cerchino nella tavola i den. 10 ridotti, e questi si aggiungano a soldi 17 ridotti, e si avrà la quantità ridotta come segue.

soldi 17 = lir. 0,85
den. 10 = lir. 0,04166 ec.

Lire 30 sol. 17 den. 10 ridotta = lir. 30,89166 ec.

57. Si osservi che se nella quantità comune da ridursi a decimale, oltrè a' denari vi sarà qualche rotto di denaro, come $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ ec., in tal caso si prenderà l'ottavo del valore decimale

di un denaro, o di 2 denari espresso nella precedente tavola. Sia a cagione di esempio da ridurre a decimale la quantità comune den. 5 $\frac{1}{8}$, si avrà la ridotta come segue.

den. 5 = lire 0,020833 ec.

den. $\frac{1}{8}$ = lire 0,000520 ec.

---

den. 5 $\frac{1}{8}$ ridotti = lire 0,021353 ec.

58. Si osservi in oltre, che avendo bisogno di maggiore numero di cifre decimali di quelle, che sono espresse nella descritta tavola, si dovranno ripetere le medesime cifre, che immediatamente precedono l'ec., così volendo prolungare sino a otto decimali cifre la *Ridotta* corrispondente a un denaro, essa sarà lire 0,00416666, e così delle altre.

TAVOLA II.

Riduzione delle lire ed ottavi di lira considerati come rotti di Scudo.

59. Lira 1	= Scudi $\frac{1}{6}$ . . .	= Scudi 0,1666 ec.
2	. . . . .	= 0,3333 ec.
3	. . . . .	= 0,4999 ec.
4	. . . . .	= 0,6666 ec.
5	. . . . .	= 0,8333 ec.

---

60. Lire $\frac{1}{8}$	= Scudi $\frac{1}{48}$ . . .	= Scudi 0,020833 ec.
$\frac{2}{8}$	. . . . .	= 0,041666 ec.
$\frac{3}{8}$	. . . . .	= 0,062499 ec.
$\frac{4}{8}$	. . . . .	= 0,083333 ec.
$\frac{5}{8}$	. . . . .	= 0,104166 ec.
$\frac{6}{8}$	. . . . .	= 0,125 esatta.
$\frac{7}{8}$	. . . . .	= 0,145833 ec.

ANNOTAZIONE.

61 Sia da ridurre a decimale la quantità comune, Scudi 30453, lire 5, ottavi 3. La Ridotta sarà come segue.

Lire 5 ridotte = Sc. 0,8333 ec.
Lire $\frac{3}{8}$ = Sc. 0,062499 ec.

Sc. 30453. lir. 5. $\frac{3}{8}$ ridotta = Sc. 30453,895833 ec.

PESO

TAVOLA III.

Riduzione delle once, denari e grani, come rotti della lira composti di 12 once.

62 Once 1 = libbre $\frac{1}{12}$ . . . . =	Lib.	0,08333 ec.
2 . . . . . =		0,16666 ec.
3 . . . . . =		0,25 esatta
4 . . . . . =		0,33333 ec.
5 . . . . . =		0,41666 ec.
6 . . . . . =		0,5 esatta
7 . . . . . =		0,58333 ec.
8 . . . . . =		0,66666 ec.
9 . . . . . =		0,75 esatta
10 . . . . . =		0,83333 ec.
11 . . . . . =		0,91666 ec.

63 Denari 1 = lib. $\frac{1}{288}$ . . . . . =	Lib.	0,00347222 ec.
2 . . . . . =		0,00694444 ec.
3 . . . . . =		0,01041666 ec.
4 . . . . . =		0,01388888 ec.
5 . . . . . =		0,01736111 ec.
6 . . . . . =		0,02083333 ec.
7 . . . . . =		0,02430555 ec.
8 . . . . . =		0,02777777 ec.
9 . . . . . =		0,03124999 ec.
10 . . . . . =		0,03472222 ec.
15 . . . . . =		0,05208333 ec.
20 . . . . . =		0,06944444 ec.

64 Grani 1 = lib. $\frac{1}{6912}$ . . . = Lib. 0,000146759259 ec.

2	=	0,000289351851 85 ec.
3	=	0,000434027777 ec.
4	=	0,000578703703 ec.
5	=	0,000723379626 ec.
6	=	0,000868055555 ec.
7	=	0,001012731481 48 ec.
8	=	0,001157407407 4 ec.
9	=	0,001302083333 ec.
10	=	0,001446759259 ec.
20	=	0,002893518518 ec.

ANNOTAZIONE.

65 Rispetto a queste due tavole avrà luogo quanto si è notato nel num. 59. Solo si osservi, che in quelle *Ridotte*, le quali non terminano nella medesima cifra replicata, ritorna un certo ordine di cifre, sicchè replicando il detto ordine, le medesime ridotte si potranno prolungare quanto si vuole.

66 L'uso poi della tavala III. si può dimostrare col seguente esempio: sia da ridurre a decimale la quantità comune libbre picciole 5, once 5, den. 7, gr. 21, si avrà la Ridotta come segue:

Once	5	=	Libbre	0,416666 ec.
Den.	7	=	. . . . .	0,024305 ec.
Gr.	20	=	. . . . .	0,002893 ec.
	1	=		0,000144 ec.

Lib. 5, on. 5, d. 7, gr. 21 ridotte = Libbre 5,424009 ec.

TAVOLA IV.

Riduzione de' denari e grani considerati come rotti dell'oncia.

67. Denari 1 = Once $\frac{1}{24}$ . . . = Once 0,041666 ec.

2	=	0,08333 ec.
3	=	0,125 esatta.
4	=	0,166666 ec.

5	=	0,208333 ec.
6	=	0,25 esatta.
7	=	0,291666 ec.
8	=	0,333333 ec.
9	=	0,375 esatta.
10	=	0,416666 ec.
15	=	0,625 esatta.
20	=	0,833333 ec.

68. Grani 1 = Once $\frac{1}{576}$ . . . = Once 0,001736111 ec.

2	=	0,003472222 ec.
3	=	0,005208333 ec.
4	=	0,0069444 ec.
5	=	0,00868055 ec.
6	=	0,01041666 ec.
7	=	0,01215277 ec.
8	=	0,013888 ec.
9	=	0,015625 ec.
10	=	0,0173611 ec.
15	=	0,02604166 ec.
20	=	0,0347222 ec.

ANNOTAZIONE.

69. Si cerchi la quantità decimale corrispondente alla quantità comune, once 10, den. 16, gr. 17. Per mezzo della precedente tavola, essa si troverà come segue.

den. 15	= Once	0,625
1	=	0,041666 ec.
gr. 15	=	0,02604166 ec.
2	=	0,00347222 ec.
Once 10, den. 15, gr. 17 ridotta	=	10,69618555 ec.

TAVOLA V.

Riduzione de' grani come rotti del denaro.

70. Queste riduzioni saranno le stesse che quelle della tav. IV.

TAVOLA VI.

Riduzione delle once, come rotti della libbra grossa, cioè composta di 28 once.

71. Once 1	= Libbre $\frac{1}{28}$ . .	= Lib.	0,03571428571	ec.
2	=		0,07142857142	ec.
3	=		0,10714285714	ec.
4	=		0,14285714282	ec.
5	=		0,17857142857 1	ec.
6	=		0,00428571428	ec.
7	=		0,25	esatta
8	=		0,28571428571 4	ec.
9	=		0,32142857142	ec.
10	=		0,35714285714	ec.
15	=		0,53571428571	ec.
20	=		0,71428571428 5	ec.

ANNOTAZIONE.

72. In questa tavola non calcoliamo il valore decimale de' denari e grani, perchè dall' una parte trattandosi di libbra grossa, essi ordinariamente non vengono in conto; e dall' altra, quando avvenisse il caso, che se ne dovesse tenere conto, basterebbe ridurre le libbre grosse alle picciole, osservando che una di quelle equivalgono a due, ed once 4 di queste.

73. Quanto all' uso della tavola, qual è la quantità decimale corrispondente a libbre grosse 7, once 9? Risp. libbre grosse 7,321428 ec.

TAVOLA VII.

Riduzione delle libbre picciole, ed once come parti del Peso.

74. Libbre 1	= Pesi $\frac{1}{25}$ . . .	= Pesi	0,04 esatta
2	=		0,08
3	=		0,12
4	=		0,16
5	=		0,2

6	=	0,24
7	=	0,28
8	=	0,32
9	=	0,36
10	=	0,4
15	=	0,6
20	=	0,8

75. Once 1 = Pesi $\frac{1}{300}$ = Pesi 0,00333 ec.

2	=	0,00666 ec.
3	=	0,001 esatta
4	=	0,01333 ec.
5	=	0,01666 ec.
6	=	0,02
7	=	0,02333 ec.
8	=	0,02666 ec.
9	=	0,03 esatta
10	=	0,03333 ec.
11	=	0,03666 ec.

76. Faccia duopo mutare la quantità comune Pesi 27, lib. 15, onc. 4 in quantità decimale. Si domanda quale questa sia.

Lib. 15 = Pesi 0,6
Onc. 4 = 0,01333 ec.

Risp. Pesi 27,15,4 ridotta = Pesi 27,61333 ec.

Estensione.

77. Le Riduzioni delle once come parti di braccio, ovvero piede, sono le medesime, che quelle delle once, come parti della libbra picciola, le quali abbiamo date nella tav. III.

TAVOLA VIII.

Riduzione de' piedi, once, punti, minuti considerati come rotti di Tavola.

78. Le Riduzioni de' piedi non differiscono da quelle delle once riguardo alla libbra picciola. Perchè però dovendosi calco-

lare rotti di tavola, non faccia bisogno di ricorrere ad altro luogo per avere le Ridotte, replicheremo qui la Tav. III.

79. Piedi	1	= Tav. $\frac{1}{12}$ . . . = Tav.	0,08333 ec.
	2	. . . . . =	0,16666 ec.
	3	. . . . . =	0,25 esatta
	4	. . . . . =	0,33333 ec.
	5	. . . . . =	0,41666 ec.
	6	. . . . . =	0,5 esatta
	7	. . . . . =	0,58333 ec.
	8	. . . . . =	0,66666 ec.
	9	. . . . . =	0,75 esatta
	10	. . . . . =	0,83333 ec.
	11	. . . . . =	0,91666 ec.

80. Once	1	Tav. $\frac{1}{144}$ . . . . = Tav.	0,006944 ec.
	2	. . . . . =	0,013888 ec.
	3	. . . . . =	0,020833 ec.
	4	. . . . . =	0,02777 ec.
	5	. . . . . =	0,034722 ec.
	6	. . . . . =	0,041666 ec.
	7	. . . . . =	0,048611 ec.
	8	. . . . . =	0,0555 ec.
	9	. . . . . =	0,0625 ec.
	10	. . . . . =	0,06944 ec.
	11	. . . . . =	0,076388 ec.

81. Punti	1	Tav. $\frac{1}{1728}$ . . . = Tav.	0,000578703703 ec.
	2	. . . . . =	0,00105740740 ec.
	3	. . . . . =	0,001735111 ec.
	4	. . . . . =	0,00231481481 ec.
	5	. . . . . =	0,00289351851 85 ec.
	6	. . . . . =	0,00347222 ec.
	7	. . . . . =	0,00405492592 5 ec.
	8	. . . . . =	0,00462962962 ec.
	9	. . . . . =	0,00520833333 ec.
	10	. . . . . =	0,00578703703 ec.
	11	. . . . . =	0,00636574074 0 ec.

82. Minuti 1 = Tav. $\frac{1}{20736}$. = Tav. 0,0000482253086 ec.

2	=	0,0000964506172	ec.
3	=	0,0001446759259 25	ec.
4	=	0,0001929012345	ec.
5	=	0,0002413265432	ec.
6	=	0,0002893518518	ec.
7	=	0,0003375716049	ec.
8	=	0,0003858024691	ec.
9	=	0,0004340277	ec.
10	=	0,0004822530864	ec.
11	=	0,0005304783950 6	ec.

ANNOTAZIONE.

83. Siccome in pratica non occorre, che ne' conti spettanti alle misure delle superficie e solidi si debba avere riguardo a parti più picciole de' *minuti*; perciò non c' innoltriamo a calcolare gli *atomi*, *momenti* ec. Quanto poi all' uso di questa tavola, supponiamo che convenga convertire in decimale la quantità comune tav. 43, piedi 8, onc. 6, min. 8, si avrà la ridotta come segue.

Piedi 8 = Tav.	0,666666	ec.
Onc. 6 =	0,041666	ec.
Min. 8 =	0,000385	ec.

Tav. 4 3 8 6 8 ridotta = Tav. 43,708717 ec.

ANNOTAZIONE.

84. Osservi il principiante, che la presente Tavola serve non meno per le parti, o rotti della Tavola lineare, che per que' della Tavola quadrata, o cuba. Osservi in oltre, che la medesima Tavola serve ove l' unità, ossia l'intero, non sia la tavola, ma un' altra parte di questa, come sarebbe il Piede; ma in tal caso le riduzioni, che corrispondono a' piedi, si dovranno applicare alle once, e così di seguito.

TAVOLA IX.

Riduzione delle Tavole, Piedi ec. come rotti della Pertica.

85. Tav.	1	= Pert $\frac{1}{24}$ . . .	= Pert. 0,041666 ec.
	2	. . . . .	= 0,083333 ec.
	3	. . . . .	= 0,125 esatta
	4	. . . . .	= 0,166666 ec.
	5	. . . . .	= 0,208333 ec.
	6	. . . . .	= 0,25 esatta
	7	. . . . .	= 0,291666 ec.
	8	. . . . .	= 0,333333 ec.
	9	. . . . .	= 0,375 esatta
	10	. . . . .	= 0,416666 ec.
	15	. . . . .	= 0,625 esatta
	20	. . . . .	= 0,833333 ec.

86. Piedi	1	= Pert. $\frac{1}{288}$ . .	= Pert. 0,00347222 ec.
	2	. . . . .	= 0,00694444 ec.
	3	. . . . .	= 0,01041666 ec.
	4	. . . . .	= 0,01388888 ec.
	5	. . . . .	= 0,01736111 ec.
	6	. . . . .	= 0,02083333 ec.
	7	. . . . .	= 0,02430555 ec.
	8	. . . . .	= 0,02777777 ec.
	9	. . . . .	= 0,03125 esatta
	10	. . . . .	= 0,03472222 ec.
	11	. . . . .	= 0,04819444 ec.

87. Once	1	= Pert. $\frac{1}{3456}$.	= Pert. 0,000289351851 8 ec.
	2	. . . . .	= 0,000578703703 ec.
	3	. . . . .	= 0,000868055 ec.
	4	. . . . .	= 0,001157407407 4 ec.
	5	. . . . .	= 0,001446759259 2 ec.
	6	. . . . .	= 0,001736111 ec.
	7	. . . . .	= 0,002025462972 ec.

8	=	0,0023148148	ec.
9	=	0,0026041666	ec.
10	=	0,0028935185 18	ec.
11	=	0,0031828703 69	ec.

ANNOTAZIONE.

88. Qual è la quantità decimale corrispondente alla comune, Pert. 45, tav. 18, piedi 11, once 7?

Tav.	15 =	Pert.	0,625
	3 =		0,125
Piedi	11 =		0,048194 ec.
Once	7 =		0,002025 ec.

Risp. Pert. 45. 18. 11. 7 ridotta = Pert. 45,800219 ec.

TAVOLA X.

Riduzione de' Staja, Quartari ec. come rotti del Moggia.

89. Staja 1 = $\frac{1}{8}$ Moggia . . .	=	Moggia 0,125	esatta
2	=	0,25	esatta
3	=	0,375	esatta
4	=	0,5	esatta
5	=	0,625	esatta
6	=	0,75	esatta
7	=	0,875	esatta

90. Quartari 1 = Moggia $\frac{1}{32}$.	=	Moggia 0,03125	esatta
2	=	0,0625	esatta
3	=	0,09375	esatta

91. Metà 1 = Moggia $\frac{1}{128}$.	=	Moggia 0,0078125	esatta
2	=	0,015625	esatta
3	=	0,0234375	esatta

92. Quartini 1 = Mog. $\frac{1}{512}$. = Mog. 0,001955078125 esat.
2 . . . . . = 0,003910156250 esat.
3 . . . . . = 0,005865234375 esat.

ANNOTAZIONE.

93. Alla quantità comune Moggia 26, Stara 7, Quartara 3, Metà 2, quale quantità decimale corrisponde?

Stara	7 =	Moggia	0,875
Quartara	3 =		0,09375
Metà	2 =		0,015625

Risp. Mog. 26 7 3 2 ridotta = . . 26,984375

TAVOLA XI.

Riduzione de' Stara, Quartari, e Boccali, come rotti della Brenta milanese.

94. Stara 1 = Brente $\frac{1}{3}$ . . = Brente 0,333333 ec.
2 . . . . . = . . 0,666666 ec.

95. Quartara 1 = Brente $\frac{1}{12}$. = Brente 0,08333 ec.
2 . . . . . = 0,16666 ec.
3 . . . . . = 0,25 esatta

96. Boccali 1 = Brente $\frac{1}{96}$. = Brente 0,0141666 ec.
2 . . . . . = 0,0208333 ec.
3 . . . . . = 0,03125 esatta
4 . . . . . = 0,04166555 ec.
5 . . . . . = 0,05208333 ec.
6 . . . . . = 0,0625 esatta
7 . . . . . = 0,07291666 ec.

ANNOTAZIONE.

97. Sia da ritrovare la quantità decimale corrispondente alla comune, Brente 28, Stara 1, Quartara 3, Boccali 5.

Stara	1	= Brente	0,333333 ec.
Quartara	3	=	0,25
Boccali	5	=	0,052083 ec.
Brente 28 1 3 5 ridotta		=	28,635416 ec.

TAVOLA XII.

Riduzione de' Boccali come rotti immediati della Brenta Lodigiana composta di 90 Boccali.

98. Boccali	1	= Brente $\frac{1}{90}$ . . . = Brente	0,01111 ec.
	2	=	0,02222 ec.
	3	=	0,03333 ec.
	4	=	0,04444 ec.
	5	=	0,05555 ec.
	6	=	0,06666 ec.
	7	=	0,07777 ec.
	8	=	0,08888 ec.
	9	=	0,09999 ec.
	10	=	0,11111 ec.
	20	=	0,22222 ec.
	30	=	0,33333 ec.
	40	=	0,44444 ec.
	50	=	0,55555 ec.
	60	=	0,66666 ec.
	70	=	0,77777 ec.
	80	=	0,88888 ec.

TEMPO.

TAVOLA XIII.

Riduzione de' giorni, ore, e minuti primi come parti dell' anno civile.

99. Giorni	1	= Anni $\frac{1}{365}$ = Anni	0,002739726027 3 ec.
	2	=	0,005479452054 7 ec.

3	=	0,008219178o821	ec.
4	=	0,010958904109 58	ec.
5	=	0,013698630136	ec.
6	=	0,016438356 1643	ec.
7	=	0,019178082 1917	ec.
8	=	0,021917808 21917	ec.
9	=	0,024657534 2465	ec.
10	=	0,027397260 2739	ec.
20	=	0,054794520 5479	ec.
30	=	0,082191780 8219	ec.
40	=	0,109589041 0958	ec.
50	=	0,136986301 3698	ec.
60	=	0,164383561 6438	ec.
70	=	0,191780821 9178	ec.
80	=	0,219178082 1917	ec.
90	=	0,246575342 4657	ec.
100	=	0,273972602 7397	ec.

100. Ore 1 = Anni $\frac{1}{8760}$ = Anni 0,000114155251 14 ec.

2	=	0,000228310 50228	ec.
3	=	0,000342465 75342	ec.
4	=	0,000456621 00456	ec.
5	=	0,000570776 25570	ec.
6	=	0,000684931 50684	ec.
7	=	0,000799086 75799	ec.
8	=	0,000913242 00913	ec.
9	=	0,001027397 26026	ec.
10	=	0,001141552 51141	ec.
15	=	0,001712328 76712	ec.
20	=	0,002283115 02283	ec.

101. Minuti pr. 1 Anni $\frac{1}{525600}$ = Anni 0,000001902 5875 ec.

2	=	0,000003802 51750	ec.
3	=	0,000005707 7625	ec.
4	=	0,000007610 3500	ec.
5	=	0,000009512 9375	ec.
6	=	0,000011415 5252	ec.

7	=	0,000013320112 5	ec.
8	=	0,000015220700 0	ec.
9	=	0,000017123287 5	ec.
10	=	0,000019025875	ec.
20	=	0,000038051750	ec.
30	=	0,000057077625	ec.
40	=	0,000076103500	ec.
50	=	0,000095129375	ec.

ANNOTAZIONE.

102. Qual è la quantità decimale corrispondente alla comune, anni 2, giorni 49, ore 18, minuti primi 40?

Giorni 40	= Anni	0,10958904	ec.
9	=	0,02465753	ec.
Ore 15	=	0,00171232	ec.
3	=	0,00034246	ec.
Min. pr. 40	=	0,00007610	ec.

Risposta Anni 2. 49. 18. 10 ridotta = Anni 49,13637745 ec.

TAVOLA XIV.

Riduzione de' giorni, come rotti, o parti dell' anno bissestile.

103. Giorni 1 = Anni $\frac{1}{366}$	= Anni	0,0027322404	ec.
2	=	0,0054644808	ec.
3	=	0,0080967213	ec.
4	=	0,0109289617	ec.
5	=	0,0136612021	ec.
6	=	0,0164114754	ec.
7	=	0,0191256830	ec.
8	=	0,0218579234	ec.
9	=	0,0246174863	ec.
10	=	0,0273224044	ec.
20	=	0,0546448087	ec.
30	=	0,0819672131	ec.
40	=	0,1092896175	ec.

50	=	0,01366 12021 ec.
60	=	0,01639 34426 ec.
70	=	0,01912 56830 ec.
80	=	0,02185 79224 ec.
90	=	0,62459 01639 ec.
100	=	0,02732 24043 ec.

TAVOLA XV.

Riduzione delle ore e minuti primi come parti del giorno.

104. Ore 1 = Giorni $\frac{1}{24}$	= Giorni	0,041666 ec.
2	=	0,083333 ec.
3	=	0,125 esatta
4	=	0,166666 ec.
5	=	0,208333 ec.
6	=	0,25 esatta
7	=	0,2816666 ec.
8	=	0,3333333 ec.
9	=	0,375 esatta
10	=	0,416666 ec.
20	=	0,833333 ec.

105. Minuti 1 = Giorni $\frac{1}{1440}$	= Giorni	0,00069444 ec.
2	=	0,00138888 ec.
3	=	0,00208333 ec.
4	=	0,002777 ec.
5	=	0,00347222 ec.
6	=	0,00416666 ec.
7	=	0,00486111 ec.
8	=	0,00555 ec.
9	=	0,00625 esatta.
10	=	0,0069444 ec.
20	=	0,0138888 ec.
30	=	0,0198833 ec.
40	=	0,0277777 ec.
50	=	0,0347222 ec.
60	=	0,0416666 ec.

ANNOTAZIONE.

106. Le tavole che abbiamo recate di sopra, possono generalmente servire per quelli, li quali debbono, o possono conteggiare a loro bell'agio al tavolino. Riguardo a' Mercanti, Bottegai e Venditori di qualunque merce, a' quali conviene calcolare sul fatto, e nell'atto di vendere, non volendo, o non potendo usare le tavole, serviranno le seguenti riflessioni:

107. Gli oggetti, o siano le materie, intorno alle quali s'aggirano i conti di questi conteggiatori, sono due; cioè prezzo, e mercanzia, la quale può ridursi ad *Estensione* e *Peso*. Perciò che risguarda il prezzo, già si è veduto num. 53 in quale maniera qualunque numero de' soldi si riduca in un momento a frazioni decimali; e da quanto ivi si è detto, si raccoglie che il valore decimale esatto di un soldo è lire 0,05. Posto questo principio, sarà agevole ritrovare in un istante di tempo il valore decimale di qualunque numero di danari. Vuoi tu il valore decimale di danari 6? Prendi la metà di lire 0,05, ed avrai lire 0,025. Vuoi tu il valore di dan. 3? Prendi il quarto di lire 0,05, ovvero la metà di lire 0,025, ed avrai per il valore cercato lire 0,0125. Unendo poi insieme i valori di dan. 6 e 3, avrai il valore di dan. 9, il quale sarà lire 0,0375. Nello stesso modo si troverà il valore decimale di dan. 1, prendendo il sesto del simile valore di dan. 6; di dan. 2 prendendone il terzo; di dan. 4 prendendo il terzo del valore decimale di un soldo; di dan. 5 unendo insieme i valori di dan. 4 e 1, e così degli altri.

108. Nè mi si opponga, ch'io ricado qui nel metodo delle parti aliquote, che ho tanto condannato nella mia Aritmetica Riformata: Conciosiacchè altro è prendere la metà, il terzo, o qualunque altra parte d'un numero decimale, ed altro prendere queste parti in una quantità divisa e spezzata in varj rotti di diversa specie, come può ognuno facilmente vedere.

109. Quanto all'*estensione*, le once, le quali sono l'immediato rotto del braccio (misura comunemente usata da' Mercanti, come si è già detto di sopra), si possono in un istante ridurre a frazioni decimali nel seguente modo: Sei once essendo la metà del braccio, avranno per valore decimale braccia 0,5. Fissato questo principio, si avrà il valore decimale di qualunque altro numero di once. Così, a cagione di esempio, once 8 valeran-

no braccia 0,5, più il terzo di questo valore, e per conseguenza equivaleranno a braccia 0,6666 ec. Similmente once 9 equivaleranno a braccia 0,5, più la metà di questo valore, e saranno perciò eguali a braccia 0,75; e lo stesso metodo avrà luogo riguardo a qualunque altro numero di once.

110 Quanto al peso, le once, come parti della libbra composta di 12 once, avranno lo stesso valore decimale che le once del braccio.

111. Nella libbra composta di 28 once, il valore decimale libbre 0,5 equivalerà a once 14. Ora partendo da questo principio, si potrà facilmente determinare il valore decimale di qualsivoglia altro numero di once. E' chiaro in primo luogo, che once 7 valeranno la metà di libbre 0,5, e saranno perciò eguali a libbre 0,25. Once 21 uguaglieranno libbre 0,5+0,25, o sia libbre 0,75. Due once saranno eguali alla settima parte di libbre 0,5, epperò equivaleranno a libbre 0,071428, ed un' oncia ne sarà la metà. Once 3 uguaglieranno il terzo di libbre 0,75, e saranno eguali a libbre 0,107142 ec., e così si determineranno i valori decimali degli altri numeri di once, i quali saranno facilitati dalla pratica.

112. La misura detta comunemente *Peso* essendo composta di 25 libbre piccole, 5 libbre ne saranno il quinto; quindi il loro valore decimale sarà Pesi 0,2. Libbre 10 equivaleranno a Pesi 0,4. Libbre 15 a Pesi 0,6. Libbre 20 a Pesi 0,8. Una libbra valerà il quinto di Pesi 0,2; e per conseguenza valerà Pesi 0,04, e moltiplicando questo valore per 2, 3, 4 ec. si avranno i valori decimali di qualsivoglia numero di libbre. Per la quale cosa non v' ha chi non vegga essere falsa quella voce che alcuni imperiti vanno spargendo, che il metodo da me proposto nella mia Aritmetica Riformata sia ottimo pe' calcoli lunghi e prolissi, ma non già pe' conti che comunemente si usano nelle botteghe de' Venditori ed Artefici.

ESEMPJ PRATICI

I.

Sia da calcolare il prezzo di braccia 15, once 10 a lire 27,

soldi 15, den. 6 per braccio. Il Mercante ridurrà le quantità comuni e decimali nel seguente modo:

1. Braccia 15,	once 6 =	Brac.	15,5
	once 3 =		0,25
	once 1 =		0,0833
Som. Brac. 15,	once 10 =	Brac.	15,8333

Alla quale quantità ridotta assegno cinque decimali cifre, perchè tante ne richieggono le regole della moltiplicazione, che daremo nel capo quarto.

2. Lire 27,	soldi 15 =	lire	27,75
	den. 6 =		0,025
Somma lir. 27	15 6 =	lire	27,775

Moltiplicando ora le due ridotte braccia 15,83333, e lire 27,775, secondo le regole della moltiplicazione (num. 29), e ritenendo nel prodotto le sole prime tre decimali cifre, sprezzate tutte le altre, per le ragioni che si diranno in seguito, si avrà per il prezzo cercato lire 439,575 = lire 439, soldi 7, dan. 6 (num. 114.)

II.

Si tratti di ritrovare il valore di lire grosse 18, once 24, a lire 6, soldi 8, dan. 9 per libbra.

Riducendo libbre 18, once 24, si avrà la ridotta come segue:

1. Libbre 18,	once 14 =	libbre	18,5
	once 7 =		0,25
	once 2 =		0,071728
	once 1 =		0,035864
Som. lir. 18,	once 24 =	libbre	18,857592

2. Lire 6,	soldi 8 =	lire	6,45
	dan. 6 =		0,025
	dan. 3 =		0,008333 ec.
Som. lir. 6,	sol. 8, d. 9 =	lire	6,483333 ec.

Nella prima ridotta, ritenendo sole quattro decimali cifre, perchè tante bastano, come si dirà nel Capo quarto; quindi moltiplicando tra loro le due ridotte lib. 18,8571, e lir. 6,48333 (n. 29), e ritenute nel prodotto le sole prime tre decimali cifre, si avrà per il valore cercato lire 122,256 = lire 122, soldi 5, dan. 1 (num. 114.)

III.

Quanto vagliono libbre piccole 16, once 7, e lire 4, sol. 6, dan. 3. per libbra.

1. Libbre 16, once 6 = lib. 16,5
once 1 = 0,08333 ec.

Som. lib. 16, once 7 = lib. 16,58333

2. Lir. 4, soldi 6 = lire 4,35
dan. 3 = lire 0,0125

Som. lir. 4, 6, 9 = lire 4,3625

Ritenute nella prima ridotta le sole prime quattro decimali cifre, moltiplico lib. 16,5833 per la seconda lire 4,3625, ed ho per il cercato valore lire 723,446 = lire 723, soldi 8, den. 10 (num 114.)

IV.

Si cerca il prezzo di Pesi 6, lirette 17, e lire 50, soldi 17 il peso.

1. Pesi 6 lib. 5 = Pesi 6,2
lib. 10 = 0,4
lib. 2 = 0,08

Som. Pesi 6 lib. 17 = Pesi 6,68

2. Lir. 50, soldi 17 = lir. 50,85

Moltiplicate tra loro le due ridotte Pesi 6,68 per lire 50,85, si avrà per il prezzo cercato lire 339,678 = lire 339, soldi 13, dan. 9 (num. 114.)

ANNOTAZIONE

Così si procederà in tutti gli altri casi. Ora vegga e giudichi il Mercante se questo metodo non è più spiccio, e meno soggetto ad errore del comune.

ANNOTAZIONE II.

113. Fatto che sia un conto col mezzo delle decimali frazioni, per esempio, una moltiplicazione, per adattarci all'uso comune, conviene mutare di nuovo la parte decimale del prodotto in rotti comuni. Ciò si farà nella maniera, che si prescriverà nella seguente proposizione.

PROPOSIZIONE V.

Mutare le frazioni decimali in rotti comuni.

114. Si moltiplichi con le regole date al num. 23 la parte decimale dell'ultimo *Risultato*; per esempio, di un prodotto per il denominatore di quel rotto comune, nel quale primamente si divide l'intero; e la parte intera del prodotto che ne sorte, indicherà il medesimo rotto. Si moltiplichi di nuovo la parte decimale di questo rotto per il denominatore del secondo rotto riferito al primo, e si avrà similmente il secondo rotto comune, e così successivamente. Gli esempj, più che le parole, renderanno chiara questa dottrina.

ESEMPIO I.

115. Si voglia mutare la quantità decimale lire 24,475 in quantità comune, o sia convertire la frazione decimale 0,475 in rotti comuni, cioè in soldi e danari. Perciocchè il denominatore de' soldi è il 20; si moltiplichi 0,475 per 20, ed il prodotto 9,5 (numeri 24 e 19) indicherà 9 soldi con 5 decime di soldo. Di nuovo, perciocchè il danaro, come rotto di soldo, ha per denominatore il 12, si moltiplichi la frazione decimale 0,5 de' soldi per 12, e si avrà il prodotto esatto 6. Dunque la proposta quantità decimale uguaglierà lire 24, soldi 9, dan. 6.

ESEMPIO II.

116. Sia da mutare in quantità comune la decimale libbre piccole 32,75. Si moltiplichi la parte decimale 0,75 per 12, il prodotto 9,00 indicherà che la detta parte vale esattamente 9 once. Se la libbra fosse stata *grossa*, moltiplicando la parte decimale 0,75 per 28, il prodotto 21, avrebbe dinotato ch' essa equivale esattamente a once 21.

ESEMPIO III.

117. Sia proposta la frazione decimale, anni 19,73856 da convertire in quantità comune. Perciocchè l'anno si divide primamente in 365 giorni, si moltiplichi in primo luogo la frazione 0,73856 per 365, ed il prodotto 269,5744, dinoterà 269 giorni interi. In seguito, perchè il giorno si suddivide in 24 ore, si moltiplichi la parte decimale del giorno 0,5744 per 24, ed il prodotto 13,7856 dinoterà 13 ore. Di poi, perchè l'ora si divide di nuovo in 60 minuti primi, si moltiplichi la frazione decimale 0,7856 dell' ora per 60, ed il prodotto 47,136 dinoterà 47 minuti primi, e così successivamente. Dunque la proposta quantità decimale anni 19,73856 equivalerà alla comune anni 19, gior. 269, ore 13, minuti primi 47 $\frac{136}{1000}$.

ESEMPIO IV.

118. Sia da mutare in comune la quantità decimale moggia 56,784. Moltiplicata la parte decimale 0,784 per 8, il prodotto 6,272 indicherà St. 6. Moltiplicata di nuovo la parte decimale 0,272 per 4, il prodotto 1,088 indicherà un quartaro. Moltiplicata la parte 0,088 per 4, il prodotto 0,352 indicherà non esservi alcuna *metà*. Si moltiplichi 0,352 per 4; il prodotto 1,408 dinoterà un quartino. Quindi la proposta quantità decimale moggia 56,784 equivale alla comune moggia 56, st. 6, quart. 1, metà 0, quartini 1 $\frac{408}{1000}$.

Lo stesso metodo si userà per qualunque altra quantità.

CAPO TERZO

Delle regole generali per usare con sicurezza e precisione le frazioni decimali nell' addizione e sottrazione de' numeri.

PROPOSIZIONE VI.

119. Posto che debbansi sommare più quantità *comuni*, si domanda quale preciso numero di cifre decimali si debba assegnare a ciascheduna Ridotta, acciocchè la somma *prossima* difettosa differisca dall' esatta meno di una data qualunque quantità.

RISPOSTA

120. Se le quantità da sommarsi non saranno più di dieci, e si voglia che la somma difettosa differisca dall' esatta meno di una di quelle parti, che formano l' ultimo rotto comune di queste, a ciascheduna ridotta si assegnino tante decimali cifre più una quante sono le cifre, che ha il denominatore dell' ultimo rotto comune, nel quale essa termina, e si avrà l' intento.

II. Se le quantità saranno più di dieci, a ciascheduna Ridotta si assegni una decimale cifra di più delle già prescritte, e si otterrà generalmente quanto si desidera.

III. Se si vorrà che la somma *difettosa* differisca dall'*esatta* meno di una *decima*, *centesima* ec. parte di quelle che esprime l' infimo rotto della medesima somma esatta, si assegnino a ciascheduna Ridotta una, due ec. decimali cifre più delle determinate di sopra.

ESEMPIO I.

121. Sieno da sommare le seguenti quantità comuni

Lire	15	soldi 7	den. 8
	17	8	10
	18	15	5
	24	16	4
	6	19	2
	7	17	7
	9	3	11
	5	8	8
	4	19	1
	3	17	4

122. Le corrispondenti quantità ridotte saranno le seguenti:

Lire 15,3833
17,4416
18,7708
24,8166
6,9583
7,8791
9,1958
5,4333
4,9541
3,8666

Somma lire 114,6995 = lire 114, soldi 13, dan. 11 88. prossimamente dan. 12, e per conseguenza soldi 14.

ESEMPIO II.

123. Siano proposte da sommare le seguenti quantità comuni.

Tav.	piedi	once
84	8,	5
15	6	4
17	9	7
19	3	10
8	4	2
7	9	11
3	1	2
5	2	4
9	11	5
4	6	9

124. Le corrispondenti Ridotte saranno le seguenti.

Tav. 84,7014
15,5277
17,7986
19,3194
8,3472
7,8263
3,0972
5,1944
9,9513
4,5625

Som. Tav. 176,3260 = T. 176, piedi 3, on. 10,94 = on. 11.

ESEMPIO III.

125. Siano proposte da sommare le seguenti quantità comuni

Lire 147,	soldi 4,	dan. 5 $\frac{1}{2}$
68	15	7 $\frac{3}{4}$
17	14	5 $\frac{2}{3}$
19	13	8 $\frac{4}{6}$
13	19	2 $\frac{7}{8}$
21	8	4 $\frac{15}{16}$
6	18	5 $\frac{15}{16}$

126. Le corrispondenti Ridotte saranno le seguenti

Lire 147,2229
68,7822
17,7277
19,6866
13,9619
21,2760
6,9232

Somma lire 295,5805 = lire 295, sol. 11, dan. 7.

ESEMPIO IV.

227. Siano da sommare le seguenti quantità comuni

Once d'oro	10,	dan. 19,	gr. 21 $\frac{1}{3}$
	7=	14	15 $\frac{1}{2}$
	5=	17	23 $\frac{2}{4}$
	9	6	5 $\frac{1}{8}$
	8 =	11	13 $\frac{5}{9}$

128. Le Ridotte corrispondenti saranno le seguenti

Once d'oro 15,82870

7,61024

5,74895

9,25889

8,48147

Somma Once 41,92825 = once 41, dan., 22, gr. 6,672 = grani 7 prossimamente.

ANNOTAZIONE.

129. Se taluno avesse voluto usare le frazioni decimali solamente per avere la somma de' rotti, che nell' esempio III sono annessi a' danari, e nell' esempio IV. ai grani; le Ridotte nel primo caso sarebbero state le seguenti

Danari $\frac{1}{4}$ = dan. 0,25

$\frac{3}{4}$ = 0,75

$\frac{2}{3}$ = 0,66

$\frac{4}{5}$ = 0,8

$\frac{7}{8}$ = 0,87

$\frac{13}{28}$ = 0,468

$\frac{15}{26}$ = 0,573

Somma dan. . . . . = 4,617

E nell' esempio IV.

Grani $\frac{1}{3}$ = gr. 0,33

$\frac{1}{2}$ = 0,5

$\frac{2}{5}$ = 0,4

$\frac{1}{8}$ = 0,12

$\frac{5}{9}$ = 0,55

Som. Grani . . . . . 1,9 = gr. 2 prossimamente.

PROPOSIZIONE VII.

130. Posto che una quantità comune debbasi sottrarre da un' altra consimile quantità, si domanda quante cifre decimali si debbano assegnare ad ambedue le *Ridotte*, acciocchè il *Restante* difettoso differisca dall'esatto meno di una qualunque data quantità.

Risposta.

131. Se le due quantità comuni terminano nella medesima specie di rotti, si assegnino a ciascheduna di esse ridotte tante decimali cifre, quante sono le cifre che formano il denominatore del loro infimo rotto comune riferito all'intero.

II. Se terminano in rotti di diversa specie, le si diano tante decimali cifre, quante sono le cifre che formano il più basso rotto comune che trovasi nelle medesime.

III. Assegnate queste cifre, la differenza tra il restante prossimo e l'esatto sarà minore di una di quelle parti che compongono il detto infimo e più basso rotto. Assegnando cifre decimali una, due ec. più delle prescritte, la detta differenza sarà minore di una decima, centesima ec. parte di una delle sopraddette parti.

ESEMPIO I.

132. Quantità comune, da cui si dee sottrarre lire 145. 17. 7

Quantità da sottrarsi . . . . . lire 70. 7. 8

Le Ridotte saranno le seguenti . . . . . lire 145,879

lire 70,383

Restante . . . . . lire 75,496 =

lire 75. 9. 11

ESEMPIO II.

133. Quantità da cui si dee sottrarre lire 420. 15. 6 $\frac{1}{2}$

Quantità da sottrarsi . . . . . lire 56. 4. 7 $\frac{1}{6}$

Il Denominatore dall'infimo rotto considerato come rotto immediato della lira è $240 \times 5 = 1200$. Dunque le Ridotte saranno . . . . . lire 420,7770.

lire 56,2798.

Restante . . . . . lire 364,4972.

ESEMPIO III.

Quantità da cui sottrarre . tav. 48. piedi 9

Quantità da sottrarsi . . . tav. 19. piedi $5\frac{6}{11}$

Ridotte corrispondenti . . . tav. 48,750.

tav. 19,462.

Restante . . . . . tav. 29,288. = tav. 29. piedi

$3\frac{5}{11} + \frac{16}{1000}$ parti di undecimi di piedi.

CAPO QUARTO.

Delle Regole generali per usare con precisione e sicurezza le decimali frazioni nella moltiplicazione delle quantità comuni.

134. Da quanto si è esposto nel capo primo, ognuno può chiaramente vedere quanto le frazioni decimali siano comode ne' conti, e quanto più facilmente e speditamente le operazioni aritmetiche si facciano col loro mezzo, che adoperando i rotti comuni. Quindi se le *Ridotte* fossero sempre esatte, noi avremmo una maniera di calcolare esattamente la più agevole, breve e spedita che si possa mai desiderare nella nostra Aritmetica. Ma siccome le Ridotte sono esatte rare volte, e per lo più sono *difettose*, come può chicchessia osservare nelle tavole di riduzione, che di sopra abbiamo recate; quindi nell'uso delle frazioni decimali s'incontra una grande difficoltà; imperocchè *difettose* essendo le *Ridotte*, chiara cosa è che difettose saranno altresì le operazioni aritmetiche che da esse dipendono. Diffatti, per tacere delle altre operazioni, se due *Ridotte difettose* si moltiplicano tra loro, i difetti di ambedue si moltiplicheranno altresì, e faranno nascere nel prodotto un errore tanto maggiore, quanto maggiori saranno i detti difetti, e quanto più grandi saranno le parti intere delle medesime *Ridotte*. Ora questo errore quale e quanto sarà?

135. Volendo adunque adoperare le frazioni decimali nel conteggio, conviene stabilire le regole generali e sicure di determinare quel *preciso* numero di cifre decimali, che a ciascheduna *Ridotta* difettosa debbesi assegnare, acciocchè l'ultimo *Risultato* di qualunque operazione si trovi limitato a quel grado di esattezza che fa bisogno al calcolatore, e che richiede la materia sopra la quale si calcola. Ciò noi faremo nel decorso di quest' opera; ed in ciò consiste tutto l'artificio e pregio del nostro metodo di conteggiare. Ora favellando in primo luogo della moltiplicazione, tre casi possono occorrere: cioè o che una quantità *comune* debbasi moltiplicare per un numero intero, o per un' altra quantità *comune*, ovvero finalmente che più quantità o tutte *comuni*, o parte tali, parte intere, debbansi moltiplicare tra loro. In ciascheduno di questi casi determineremo nelle seguenti quattro proposizioni quel preciso numero delle decimali cifre

che deesi assegnare a ciascheduna delle Ridotte. I fondamenti, sopra de' quali s'appoggiano le regole di determinare questo numero, troverà dimostrati nella prima edizione della nostra Aritmetica Riformata, chiunque vorrà; i quali fondamenti si riducono ai seguenti principj semplicissimi. 1. Dati i numeri delle cifre, che compongono due *Fattori* (Fattori chiamo le quantità che si moltiplicano tra loro), si possono determinare i limiti massimo e minimo, tra' quali dee necessariamente essere compreso il numero delle cifre che deve avere il prodotto. 2. Dati i numeri delle cifre che compongono i Fattori, uno de' quali, o ambedue, siano decimali difettosi, si possono determinare i limiti massimo e minimo, tra' quali deve necessariamente essere compreso il numero delle decimali cifre, le quali nel prodotto sono intaccate dagli errori de' Fattori, le quali cifre io chiamo perciò *erronee*. 3. Quindi si potranno altresì definire i limiti del massimo e minimo numero di quelle cifre decimali, le quali nel medesimo prodotto sono esenti dall' errore de' Fattori, le quali perciò io chiamo cifre sicure.

Ciò posto, reciprocamente dato il numero delle cifre decimali, le quali nel prodotto debbono essere esenti dall' errore de' Fattori difettosi, si potrà determinare il numero delle cifre decimali che a' medesimi Fattori si debbono assegnare a questo effetto. Un simile raziocinio si userà ove i Fattori siano più in qualunque numero.

Definizione V.

136. Chiamerò *prodotto difettoso* quello che nasce dalla moltiplicazione delle quantità *ridotte difettose*.

Definizione VII.

Un prodotto *difettoso* si dirà *prossimamente* eguale al corrispondente prodotto *comune* ed *esatto*, ogni qualvolta quello differisca da questo meno di una di quelle parti che formano l'ultima rotta comune del medesimo prodotto comune.

PRO-

PROPOSIZIONE VIII.

Posto il caso che una quantità comune debbasi moltiplicare per un numero intero, si domanda quante cifre decimali si debbano *precisamente né più né meno* assegnare alla *ridotta* corrispondente alla detta quantità comune, acciocchè il prodotto difettoso sia prossimamente eguale all'esatto.

DICHIARAZIONE.

137. Supponghiamo che debbasi moltiplicare la quantità *comune* lire 17, soldi 15, dan. 11. per il numero intero 25748. Si cerca quante cifre decimali si debbano dare alla *ridotta difettosa* che corrisponde alla detta *comune*, acciocchè il prodotto difettoso differisca dal prodotto esatto meno di un danaro.

RISPOSTA.

138. Alla detta quantità ridotta si assegnino tante decimali cifre, quante sono le cifre che compongono il denominatore de' danari considerati come rotti di lira, e quante inoltre sono le cifre che formano il numero intero; cioè nel recato esempio $3 + 5 = 8$, e si avrà l'intento.

ANNOTAZIONE.

139. Il numero delle decimali cifre che abbiamo prescritto di dare alla quantità ridotta, è quello che si richiede, acciocchè in ogni caso si possa ottenere l'intento. In molti casi però si potrà avere lo stesso intento con una cifra decimale meno. 2.° Assegnando alla *Ridotta* un maggiore numero di cifre decimali delle prescritte, il prodotto sarà bensì meno difettoso; ma quanto all'intento, le cifre di più non serviranno ad altro che a fare gettare tempo e fatica nel conteggiare. 3.° Dando alla suddetta due cifre decimali meno delle prescritte, il prodotto sarà sempre erroneo. *Erroneo* chiamo qui quel prodotto difettoso, nel quale l'infimo rotto comune differisce dal rotto esatto più di una di quelle parti che esprime

ESEM-

ESEMPIO I.

140. Si è fatta convenzione di pagare lire 85 per ogni braccio di certa manifattura lavorata in oro. Si domanda qual somma debbasi sborsare per lo pagamento di braccia 34, once 9, punti 7.

Per ritrovare quanto si domanda, conviene moltiplicare lire 85 per braccia 34. 9. 7. Ora potendosi in questo caso disprezzare nel prodotto i rotti inferiori a' danari, basterà limitare il prodotto difettoso a' danari; il denominatore de' quali, considerati come rotti immediati di lire, è 240 avente tre cifre. In oltre il numero intero 85 è composto di due cifre. Dunque alla *Ridotta* corrispondente alla quantità comune braccia 34. 9. 7 si dovranno assegnare cifre decimali $3 + 2 = 5$, la quale sarà lire 34,79861. Si moltiplichi questa per 85, e si avrà per prodotto cercato lire 2957,87185 (n. 24) = lire 2957 soldi 17 dan. 5 $\frac{25}{100}$ (n. 114 ec.). Il prodotto esatto è lire 2957 soldi 17 dan. 6.

ANNOTAZIONE.

141. Si osservi che dovendo mutare la parte decimale di lire 0,87185 del prodotto in rotti comuni; basterà nel medesimo ritenere le sole prime tre decimali cifre 0,871, avvertendo che perciocchè la prima 8 che loro viene in seguito passa il 5, sarà meglio per le dette tre cifre prendere 0,872.

ESEMPIO II.

142. Quante braccia di manifattura si compreranno col prezzo di lire 172 in ragione di braccia 3 once 7 per lira?

Si troverà quanto si cerca, moltiplicando la quantità comune braccia 3, once 7 per lire 172. Ora supponghiamo, che qualunque sia il prodotto esatto, a me basti che il prodotto difettoso differisca dall' esatta meno di un' oncia senza curarmi delle più picciole minuzie. Perciocchè l'oncia ha per denominatore il 12 avente due cifre, e tre sono le cifre che formano il numero intero 172; la *Ridotta* corrispondente alla soprad detta

quantità comune dovrà avere cifre decimali $2 + 3 = 5$, la quale sarà braccia 3,58383 (n. 77). Si moltiplichi questa per l'intero 172, e ritenute nel prodotto le sole prime due decimali cifre (n. 128) si ha per la cercata quantità braccia 616,33 (n. 24) = braccia 616, once $3\ \frac{96}{100}$; cioè once 4 prossimamente, qual è il prodotto esatto.

ESEMPIO III.

143. Quale frutto annuo produrrà il capitale di lire 15728. impiegato all' interesse di lire 5, soldi 10., dan. 8. per 100.?

Moliplicando il capitale per l'interesse, e dividendo in seguito il prodotto per 100, si avrà il cercato frutto. Ora, perciocchè basta che il prodotto sia limitato a danari, senza curarci de' rotti inferiori, e cinque sono le cifre che compongono l'intero per cui si debbe moltiplicare, all' interesse ridotto si dovranno assegnare cifre decimali $3 + 5 = 8$, il quale sarà lire 5,53333333 (n. 53 e 54). Questo si moltiplichi per il capitale; e dividendo in seguito il prodotto per 100 (n. 29); e ritenendo nel prodotto le sole prime tre decimali cifre, si avrà per il frutto cercato lire 870,283 = lire 870 soldi 5, dan. $7\ \frac{28}{100}$. Il prodotto esatto è lire 870 soldi 5, dan. $7\ \frac{4}{5}$ (n. 114).

ANNOTAZIONE.

144. Perciocchè moltiplicare due numeri tra loro, e dividere in seguito il prodotto per 100, è lo stesso che dividere prima uno de' due Fattori per cento, e moltiplicarli in seguito, si avrebbe avuto lo stesso prodotto dividendo prima l'interesse, o il capitale ridotti per 100. Ciò però facendo, la moltiplicazione diviene più corta e spedita. Conciosiachè, stando al recato esempio, dovendo dall' una parte l' interesse ridotto avere, siccome è detto, otto decimali cifre, e dall'altra colla divisione per 100 divenendo decimali due cifre nella di lui parte intera, il medemo interesse ridotto sarebbe stato lire 0,05,533333, che ha due cifre moltiplicabili meno di prima. Lo stesso vantaggio si avrebbe avuto dividendo prima il capitale per 100, il quale si sareb-

be ridotto a 157,28. A questa annotazione faccia particolare attenzione il Principiante, giacchè simili casi occorrono tanto spesso in pratica.

ESEMPIO IV.

145. Quanto pagare debbono Scudi 356428 di estimo in ragione di dan. 5 per Scudo?

E' chiaro, che conviene moltiplicare dan. 5 per il numero de' scudi. Supposto adunque che sia sufficiente, come è in fatto, che la cercata somma sia limitata a' denari, e nulla più, perciocchè il numero de' scudi ha sei cifre, riducendo i cinque danari a frazione decimale di lira, si dovrà prolungare la riduzione sino a cifre decimali $3 + 6 = 9$, ond' essa sarà lire 0,020833333 (num. 55). Moltiplicata questa per il numero de' scudi, e ritenute nel prodotto le sole tre prime decimali cifre, si trova per la quantità cercata lire 7425,583 (num. 24) = lire 7425, soldi 11, dan. $7^{*}\frac{32}{100}$ (num. 114). Il prodotto esatto è lire 7425, sol. 11, dan. 8.

ANNOTAZIONE

146. In questi ultimi due esempj noti attentamente il Principiante la necessità di tener conto anche de' minimi rotti in uno de' due *Fattori*, quando la parte intera dell' altro è grande; diffatti nel precedente esempio, levando due sole decimali cifre del *Fattore* ridotto, si ha il prodotto lire 7425, soldi 11, den. 5, il quale differisce dal vero prodotto di dan. 3; e levandone tre, il prodotto sarebbe stato lire 7425, soldi 9, dan. 3, mancante dal vero prodotto di soldi 2, dan. 5.

ESEMPIO V.

147. Quanto pagare debbono Scudi 140572 per imposta di dan. $2\frac{3}{8}$ per scudo?

Questo esempio non differisce dal precedente, se non in quanto l'imposta oltre a' danari contiene il rotto $\frac{3}{8}$ di dan. Ora la *Ridotta* corrispondente alla quantità comune dan. $2\frac{3}{8}$ dovrà

avere non altrimenti che nel precedente esempio cifre decimali 9. Dunque essendo

dan. 1 = lire 0,00833333
$\frac{1}{8}$ = 0,001562 5

La Ridotta sarà = lire 0,009895833

Moltiplicata questa per il numero de' scudi, e ritenute nel prodotto le prime tre sole decimali cifre, si trova per la quantità cercata lire 1891,077 = lire 1891, sol. 1, dan. 6. Il prodotto esatto è lire 1891. 1. 6. $\frac{1}{2}$

ESEMPIO VI.

148. Quale somma di lire formano 1623 monete eguali, ciascheduna delle quali vale lire 6, soldi 19, dan. 10?

Moltiplicando il valore di una delle monete per il numero delle medesime, si avrà la somma cercata. Se adunque il prodotto dovrà essere limitato a danari; alla *Ridotta* corrispondente al valore di una delle monete si dovranno dare cifre decimali 3 + 4 = 7, la quale sarà lire 6,9916666 (num. 53. ec.). Ora moltiplicando questa *Ridotta* per 1623, e ritenute nel prodotto le sole prime tre decimali cifre, la somma cercata sarà lire 11347,475 = lire 11347, soldi 9, den. 6; e tale ancora è il prodotto esatto. Non si maraviglj il Lettore, che il prodotto decimale uguagli l'esatto; conciosiachè nel prodotto si è accresciuta la terza decimale cifra (num. 141).

ESEMPIO VII.

149. Quanto tempo si richiede per fare 5627 braccia di manifattura in ragione di ore 3, minuti primi 42 per braccio?

Moltiplicando il tempo per il numero delle braccia, si avrà quanto si cerca. Ora supponendo che basti che il tempo cercato sia limitato a minuti primi, il denominatore de' quali riferiti all' anno ha per denominatore il numero 525600 avente sei cifre, ed il numero intero, per cui si dee moltiplicare, ha quattro

cifre; la *Ridotta* corrispondente alla quantità contune ore 3, minuti 42, dovrà avere cifre decimali 6 + 4 = 10, la quale sarà anni 0,0004185692 (num. 104, e 105). Si moltiplichi questa Ridotta per il numero delle braccia, e ritenute nel prodotto le sole prime sei decimali cifre, si avrà per il tempo cercato anni 2,355289 = anni 2, giorni 129, 16, minuti pr. 20 (num. 113).

ANNOTAZIONE.

150. Se ci fossimo contentati di limitare il prodotto, ossia il tempo cercato alle sole ore, il denominatore delle quali considerate come rotto dell' anno è 8760 (num. 100), sarebbe stato sufficiente assegnare alla *Ridotta* cifre decimali 4 + 4 = 8; e se avessimo voluto limitarlo a soli giorni, il denominatore de' quali è 365, sarebbe bastato dare alla medesima *Ridotta* cifre decimali 3 + 4 = 7.

ESEMPIO VIII.

151. Una superficie rettangola ha per larghezza tav. 1, piedi 3, once 10, e per lunghezza tav. 7, si domanda quale e quanta sia la di lei area?

Il prodotto, che nasce moltiplicando tra loro le due quantità proposte, indicherà l'area cercata. Ora è chiaro, che l'infimo rotto del prodotto esatto non può essere minore di once di tav. quadrata. Se adunque a questo rotto vorremo limitare il prodotto difettoso, avendo esso per denominatore il numero 144, composto di tre cifre, alla larghezza ridotta si dovranno assegnare cifre decimali 3 + 1 = 4, la quale sarà tav. 1,3194. Moltiplicata questa per 7, si ha il prodotto tav. quad. 9,2358 = tav. 9, piedi 3, once 9,955, cioè prossimamente once 10, e tale è la misura esatta dell' area.

ANNOTAZIONE.

152. Quando occorre che la quantità *ridotta difettosa* ha molte cifre decimali, per diminuire l' incomodo della moltiplicazione, si potrà usare il seguente modo. Si rovesci il *Fattore* intero, e questo così rovesciato si scriva sotto la Ridotta in ma-

niera, che la di lui cifra delle unità si trovi situata sotto la cifra decimale inferiore almeno di due gradi all' ultima di quelle, che si debbono ritenere nel prodotto. Così dovendosi nel prodotto ritenere tre sole decimali cifre (n. 141.), la detta cifra delle unità dovrà collocarsi sotto almeno alla quinta decimale cifra, scrivendo de' zeri sopra quelle cifre dello stesso numero intero, ove mancassero le cifre decimali della detta Ridotta. Indi la moltiplicazione di ciascheduna cifra del numero rovesciato si cominci per la cifra che le stà sopra, nulla curando quelle che nella Ridotta vengono ad essa in seguito verso destra. Tutti i particolari prodotti, che nascono dalla moltiplicazione di ciascheduna cifra del numero rovesciato, si scrivano l' uno sotto l' altro in maniera che la prima cifra alla destra di ciascheduno si trovi sotto la prima cifra del primo. Finalmente nel prodotto si rendano colla solita virgola decimali tante cifre, quante cifre decimali (compresi i zeri consecutivi se ve ne sono) ha la Ridotta più delle cifre del numero intero rovesciato diminuito di una.

153. Ecco l' applicazione di questo metodo all' esempio VI. I numeri, che in questo esempio si dovevano moltiplicare tra loro, erano i seguenti 0,000418569 2, e 5627. Li scrivo adunque, e li moltiplico nel seguente modo.

0,000418569 2
7265

0020928460
0025114154
0003371 2
0002925

2,3552881

154. In questo esempio la *Ridotta* avendo dieci decimali cifre, ed il numero intero avendo quattro cifre, da 10 si sottragga 3, il restante numero sarà il numero delle decimali da assegnarsi al prodotto.

Proposizione IX.

155. Posto il caso, che si debbano moltiplicare tra loro due quantità comuni, ad una delle quali corrisponda una *Ridotta*

difettosa, ed all' altra una *Ridotta esatta*, si domanda quante decimali cifre si debbano precisamente assegnare alla difettosa, acciocchè il prodotto difettoso sia prossimamente eguale all' esatto.

Risposta.

156. Alla quantità *Ridotta difettosa* si diano tante decimali cifre, quante sono le cifre componenti il denominatore di quell' ultimo rotto *comune*, al quale si vuole limitare il prodotto difettoso, e tante inoltre, quante sono le cifre che formano la parte intera del Fattore decimale esatto, e si avrà l'intento.

Annotazione I.

157. Il più delle volte con una cifra decimale, meno delle prescritte, si potrà avere il medesimo intento, ma levandone di più, il prodotto sarà sempre *erroneo* nel senso spiegato al num. 126.

Annotazione II.

158. Se la *Ridotta esatta* sarà *puramente decimale*, cioè mancante di parte intera, in tal caso basterà assegnare alla *Ridotta difettosa* tante decimali cifre, quante sono le cifre componenti il detto denominatore; e se la medesima *Ridotta esatta*, oltre all' essere puramente decimale, sarà mancante di parti decime, centesime ec., basterà alla Ridotta difettosa assegnare tante decimali cifre meno delle prescritte in questa Annotazione, quanti sono i zeri consecutivi, li quali nella Ridotta esatta occupano i luoghi delle decime, centesime ec.

Esempio I.

159. Quanto costano braccia 40, once 3, punti 6 di manifattura in ragione di lire 35, soldi 4, den. 6 per braccio?

La Ridotta corrispondente alla quantità comune lire 35 ec. è esatta ed eguale a lire 35,255. Quindi volendo limitare il difettoso prodotto a' danari, il denominatore de' quali ha tre cifre, e la parte intera della Ridotta esatta ha due cifre, alla Ridotta

difettosa si dovranno assegnare cifre decimali $3 + 2 = 5$, onde essa sarà braccia 40,29166 (n. 77). Moltiplicate tra loro le due Ridotte, e ritenute nel prodotto le sole prime tre decimali cifre, si avrà per il cercato costo lire 1419,274 = lire 1419, soldi 5, dan. 5,76; cioè prossimamente dan. 6. E tale ancora è il costo esatto.

ESEMPIO II.

160. Quanto vagliono pertiche di terreno 9593 tav. 19, piedi 10, once 5 in ragione di lire 510, soldi 9, den. 3 la pertica?

Moltiplicando il prezzo d'una pertica per il numero delle pertiche si avrà la somma cercata. Ora il detto prezzo ridotto è quantità esatta ed eguale a lire 510,4625. Dunque alla quantità pert. 9593 ec. ridotta si dovranno assegnare cifre decimali $3 + 3 = 6$, la quale sarà pert. 9593,827835 (n. 88.) Ora moltiplicate tra loro le due Ridotte, e ritenute nel prodotto le sole prime tre decimali cifre, si ha per il costo cercato lire 4897289,341 = lire 4897289, sol. 3, dan. 6,83. Il costo esatto è lire 4897289, sol. 6, dan. 7 $\frac{7}{3356}$.

ESEMPIO III.

161. Quanto frumento rendono pertiche di terreno 50, tav. 4, piedi 5 in ragione di staja 3, quartari 2, metà 1 per pertica?

Il prodotto, che risulta dalla moltiplicazione delle due quantità date nella quistione, la scioglie. Ora la quantità St. 3 ec. ridotta è esatta ed eguale a moggia 0,4453125 (n. 93). Dunque supposto che si voglia limitare il prodotto alle metà, e nulla più, all'altra quantità pert. 50 ec. si dovranno dare cifre decimali $3 + 0 = 3$, la quale sarà pert. 50,184 (n. 88). Moltiplicando tra loro le due *Ridotte*, si ha il prodotto Moggia 22,347 = Moggia 22, St. 2, quart. 3, metà 0. Il prodotto esatto è moggia 22, St. 2, quart. 3, metà 0, $\frac{47}{86}$.

ESEMPIO IV.

162. Qual è il frutto annuo del capitale lire 58513, soldi 18, impiegato all'interesse di lire 6, soldi 5, den. 8 per 100?

Il capitale ridotto è esatto ed eguale a lire 58513, 9, e dividendolo per 100, si ridurrà a 585,139. L'interesse ridotto è difettoso, e ad esso si dovranno assegnare cifre decimali 3 + 3 = 6, il quale sarà lire 6,283333. Moltiplicate tra loro le due Ridotte, si avrà per il cercato frutto lire 3676,623 = lire 3676, sol. 12, den. 5,52. Il frutto esatto è lire 3676, sol. 12, den. 5 $\frac{7}{10}$.

ESEMPIO V.

163. Un pezzo d'oro pesa once 5, den. 15, grani 19. L'oncia d'oro è valutata lire 140, soldi 10, den. 6. Si domanda il prezzo totale del pezzo.

Il prodotto che sorte moltiplicando il valore dell'oncia per la quantità delle once, soddisferà alla quistione. Ora, perciocchè il detto valore è esatto alla quantità delle once ridotta, si dovranno assegnare cifre decimali 3 + 3 = 6, la quale sarà once 5,657986 (n. 70). Moltiplicate tra loro le due ridotte, si ha il prodotto lire 793,391 = lire 793, soldi 7, den. 9 $\frac{84}{100}$.

ESEMPIO VI.

164. Quale e quanta è l'area di una superficie rettangola avente per lunghezza tav. 290, piedi 3, e per larghezza tav. 98, piedi 4, once 5?

La quantità cercata dee uguagliare il prodotto delle due dimensioni date nel problema moltiplicate tra loro. Ora, perciocchè secondo i principj di geometria piedi, ne' quali termina la lunghezza moltiplicati per once (ultimo rotto della larghezza) producono punti di tav. quad., l'ultimo rotto del prodotto esatto non potrà essere minore de' punti. Supposto adunque che a questi si voglia limitare anche il prodotto difettoso, i quali riguardo alla tavola hanno per denominatore il numero 1728, e perciocchè la lunghezza ridotta trovasi essere esatta ed eguale a tavole 290,25, la di cui parte intera è composta di tre cifre, alla larghezza ridotta dovranno assegnarsi cifre decimali 4 + 3 = 7, la quale sarà tav. 98,368055. Moltiplicate tra loro le due *Ridotte*, e conservate nel prodotto solamente le

prime

prime quattro decimali cifre, si ha per la cercata quantità, tav. quad. 28551,3280 = tav. quad. 28551, piedi 3, once 11, punti 2 $\frac{78}{100}$, cioè punti 3 prossimamente = pertiche quad. 1189., tav. 15, piedi 3 ec. Il prodotto esatto è pert. quad. 1189, tav. 15, piedi 3, once 11, punti 3.

Annotazione.

165. Se ci fossimo contentati di limitare il prodotto difettoso alle once, le quali considerate come rotti di tavola, hanno per denominatore tre cifre, alla larghezza ridotta si sarebbero assegnate cifre decimali $3 + 3 = 6$; e se ai soli piedi, sarebbero state sufficienti cifre decimali $2 + 3 = 5$; e se alle sole tavole $0 + 3 = 3$.

ESEMPIO VII.

166. Quale somma pagare debbono Scudi 340623, lir. 4 $\frac{1}{8}$ in ragione di dan. 1 $\frac{5}{8}$ per Scudo?

La prima di queste quantità ridotta trovasi esatta, ed eguale a Scudi 340623,75 (numeri 59 e 60). Quindi alla ridotta corrispondente a' dan. 1 $\frac{5}{8}$ si dovranno assegnare cifre decimali $3 + 6 = 9$, la quale perciò sarà lire 0,006770833. Moltiplicate tra loro le due quantità ridotte, e conservate nel prodotto le sole prime tre decimali cifre, si avrà per la cercata quantità lire 2306,316 = lire 2306, soldi 6, dan. 1,44. Il prodotto esatto è lire 2306, soldi 6, dan. 1 $\frac{46}{81}$.

Annotazione.

167. Quando le cifre decimali della *Ridotta difettosa* sono molte, come nel precedente esempio, sarà più comodo il moltiplicare a rovescio, come si è detto al num. 152 ec. Ecco questo modo di moltiplicare applicato al medesimo esempio.

Lire 4,0067708330
57,3260443

203124990
27083332
406248
13540
2031
469
30

Prodotto 2306,3061|40

168. Per determinare in questo prodotto il numero delle cifre decimali si seguirà questa regola. Dal numero delle cifre decimali, che avrebbe il prodotto moltiplicando direttamente (n. 23.), se ne sottraggano tante quante sono le cifre del numero rovesciato meno una, il restante indicherà il numero delle decimali cifre da darsi al prodotto.

169. Si osservi però nello stesso esempio (lo stesso vale di qualunque altro), che se si fosse rovesciata la *Ridotta difettosa* mancante di parte intera, decima ec., scritta essa come segue, si dovrà cominciare la moltiplicazione del 6 del numero rovesciato. Indi nel computo delle decimali cifre da darsi al prodotto non dovranno entrare tra le cifre da sottrarsi i due zeri, che occupano i luoghi delle decime, centesime ec. Quindi nel medesimo esempio si dirà se si fosse fatta la moltiplicazione direttamente, le cifre decimali del prodotto sarebbero state 11. Dunque al prodotto trovato come segue si dovranno assegnare cifre decimali 11 — 6 = 5.

340623,75
338077600,0

204374250
23843659
2384361
27248
1920
102

2306,30614 0

ESEMPIO VIII.

170. Quanto vagliono grani 9 d'una qualità d'oro, la quale è valutata lire 139, soldi 15, den. 8 per oncia?

Conviene moltiplicare lire 139 ec. per grani 9 ridotti a frazioni decimali di oncia. Ora questa Ridotta è esattamente once 0,015625. Dunque perciocchè essa non solo è mancante di parte intera, ma inoltre ha un zero in luogo delle decime, alla Ridotta lire 139 ec. basterà assegnare cifre decimali 3 — 1 = 2, la quale sarà lire 139,78. Moltiplicate tra loro le due Ridotte, si trova per il cercato valore, lire 2,184 = lire 2, soldi 3, dan. 7.

ESEMPIO IX.

171. Quanto pagare debbono Scudi 24562, lire 3 $\frac{5}{8}$ in ragione di den. 1 $\frac{1}{2}$ per Scudo?

La quantità dan 1 $\frac{1}{2}$ = dan. $\frac{3}{2}$ ridotta a frazioni decimali di lire è esattamente eguale a lire 0,00625. Dunque perchè da una parte il prodotto deve essere limitato a' denari, e dall'altra la quantità esatta ha due zeri consecutivi, alla quantità de' Scudi ridotta basterà assegnare cifre decimali 3 — 2 = 1, la quale sarà Scudi 24562,6. Moltiplicate tra loro le due *Ridotte*, si trova per la quantità cercata lire 153,516 = lire 153, soldi 10, den 3,84.

La quantità esatta è lire 153 10 3 $\frac{29}{32}$.

ESEMPIO X.

172. Quanto importa la fattura di braccia 1572, once 7 in ragione di soldi 1, den. 9 per 100?

Dividendo una delle due quantità per 100, e moltiplicandola in seguito per l'altra, si avrà il prodotto che indicherà la quantità cercata. Ora soldi 1, dan. 9 ridotti a frazioni decimali di lira, e divisi per 100 sono quantità esatta ed eguale a lire 0,000875. Quindi all'altra quantità ridotta si dovranno assegnare cifre decimali 3 — 3 = 0. Sprezzate adunque le once 7, si moltiplichi la ridotta esatta per il solo numero intero delle braccia, e si troverà per l'importo cercato lire 1,375 = lire 1, soldi 7, dan. 5,88.

L'importo esatto è lire 1 soldi 7 dan. 6 $\frac{1}{2}$.

Proposizione VIII.

173. Posto il caso che si debbano moltiplicare tra loro due *quantità comuni*, alle quali corrispondono due *Ridotte* difettose, si domanda quante cifre decimali si debbano assegnare a ciascheduna di queste, acciocchè il loro prodotto si trovi limitato a quel grado di esattezza che si desidera.

Risposta.

174. A ciascheduna delle *Ridotte* si diano tante decimali cifre, quante sono le cifre che formano il denominatore dell'infimo rotto comune, al quale si vuol limitare il prodotto difettoso, e tante inoltre quante sono le cifre che compongono la parte intera dell' altra *Ridotta*, e questo numero si aumenti ancora di una, e si avrà generalmente l'intento.

Annotazione I.

175. Levando da ciascheduna Ridotta una decimale cifra si avrà tuttavia il più delle volte l'intento. In molti casi si potrà ottenere il medesimo intento dando a ciascheduna delle due *Ridotte* due decimali meno delle prescritte; ma levandone di più, il prodotto sarà sempre *erroneo* nel senso spiegato al n. 139.

Annotazione II.

176. Se una delle Ridotte *difettose* sarà *puramente decimale*, ma non mancante di decime, all' altra Ridotta basterà assegnare tante decimali cifre quante sono le cifre del detto denominatore; che se oltre all' essere *puramente decimale* sarà priva di decime, centesime ec., da questo numero di cifre decimali assegnate all' altra Ridotta, se ne potranno levare tante, quanti sono i zeri consecutivi, li quali occupano i luoghi delle decime, centesime ec.

Esempio I.

177. Quanto vagliono Brente di vino 450, st. 2, quart. 1, boccali 5 in ragione di lire 34, soldi 8, dan. 5 per brenta?

Fa d'uopo moltiplicare lire 34 ec. per la quantità delle brente. Dunque, secondo la prescritta regola, alla *Ridotta* corrispondente alla comune lire 34 ec. si dovranno assegnare cifre decimali $3+3+1=7$, o almeno $3+3=6$; ed all'altra $3+3+1=6$, o almeno $3+2=5$. Quindi la prima sarà lire 34,420833, e la seconda brente 450,802c8. Moltiplicando tra loro queste due *Ridotte*, e ritenendo nel prodotto le sole prime tre decimali cifre, si trova per il cercato valore lire 15516,983 = lire 15516, soldi 19, dan. 7 $\frac{92}{100}$, cioè prossimamente dan. 8, il prodotto esatto è lire 15516, soldi 19. 9 $\frac{7}{96}$.

ESEMPIO II.

178. Quanto debbono pagare Scudi 41728 lire 2 $\frac{4}{8}$ in ragione di danari 8 $\frac{7}{8}$ per Scudo?

Perchè alla quantità dan. 8 $\frac{7}{8}$ manca la parte intera, cioè le lire, alla Ridotta corrispondente a' Scudi 41728 ec. si dovranno dare cifre decimali $3+1=3$, la quale sarà Scudi 41728,416, e perchè la parte intera di questa ha cinque cifre, alla Ridotta della quantità den. 8 $\frac{7}{8}$ si dovranno assegnare cifre decimali $3+5+1=9$, la quale sarà lire 0,036979166. Fatta la moltiplicazione delle due Ridotte, si ha per il cercato pagamento lire 1543,082 = lire 1543, sol. 1, den. 7 $\frac{68}{100}$. Il prodotto esatto è lire 1543. 1. 7 $\frac{67}{96}$.

ESEMPIO III.

179. Quante pertiche di terreno si compreranno col prezzo di Scudi 43527 lire 5 in ragione di pert. 1, tavole 8, piedi 9 per ogni 100 Scudi?

Moltiplicando pert. 1 ec. per la quantità de' Scudi divisa per 100 si avrà la quantità cercata. Ora supponiamo che questa si voglia limitare a' piedi, il denominatore de' quali è 288 (n. 88), alla quantità ridotta corrispondente alla quantità de'

Scudi, secondo la regola prescritta nella Risposta, si debbono assegnare cifre decimali $3 + 1 + 1 = 5$, o almeno 4, e siccome essa debbe essere divisa per 100, onde due cifre intere divengono decimali, basteranno due, perciò essa sarà Scudi 435,2783 (num. 59). All'altra ridotta si debbono dare cifre decimali $3 + 3 + 1 = 7$, ond'essa sarà pert. 1,3645783. Moltiplicate tra loro le due ridotte, si avranno pertiche 593,971 — pert. 593, tav. 23, piedi 3 $\frac{69}{100}$. Il prodotto esattò è pertiche 593, tav. 23, piedi 4 $\frac{231}{1728}$.

ESEMPIO IV.

180. Quanto pagare si dee alla Dogana per pesi 534, libbre 10, once 8 di mercanzia in ragione di lire 7, sol. 19, dan. 10 per peso?

Il pagamento cercato dee essere indicato dal prodotto che nasce moltiplicando la quantità lire 7 ec. per pesi 534 ec. Secondo la regola prescritta, alla prima di queste quantità ridotta si debbono sssegnare cifre decimali $3 + 3 + 1 = 7$; alla seconda $3 + 1 + 1 = 5$; ma essendo picciole le parti intere, si potranno dare alle medesime ridotte cifre decimali 6 e 4; quindi la prima sarà lire 7,991666, e la seconda pesi 534,4266. Moltiplicate tra loro le due ridotte, si avrà per il pagamento cercato lire 4270,959 = lire 4270, sol. 19, dan. 2 $\frac{16}{100}$. Il pagamento esatto è lire 4270, sol. 19, dan. 3 $\frac{2}{150}$.

ESEMPIO V.

181. Quanto frumento si richiede per seminare pertiche 127, tav. 12, piedi 4 in ragione di st. 1 $\frac{1}{6}$ per pertica?

Moltiplicando st. 1 $\frac{1}{6}$ per la quantità delle pertiche, si avrà quello che si cerca. Secondo la prescritta regola adunque prendendo per unità il moggio, le due *Ridotte* saranno pert. 127,513 e moggia 0,145833, le quali moltiplicate tra loro, e conservate nel prodotto tre sole decimali cifre, danno per la quantità cercata moggia 18,566 = moggia 18, st. 4, quart. 2. Il prodotto esatto è moggia 18, st. 4, quart. 2, metà 1 $\frac{31}{54}$.

ESEMPIO VI.

182. Quanta è l'area di una superficie rettangola, la di cui lunghezza è 130 tav., 7 piedi, 8 once, e la larghezza 17 tav., 4 piedi, 5 once?

Perchè once moltiplicate per once producono *atomi* di tav. quad., questo al più sarà l'infimo rotto nel quale terminerà il prodotto esatto esprimente la misura esatta della data superficie. Se adunque a questo rotto si vorrà limitare il prodotto difettoso, perchè il di lui denominatore è 20736, converrebbe assegnare alla lunghezza ridotta cifre decimali $6+2+1=9$, o almeno 8; ed alla larghezza cifre $6+3+1=10$, o almeno 9. Ma ponghiamo che basti che l'area cercata sia limitata a' piedi, il denominatore de' quali riferiti alla tavola è 12; basterà altresì alla prima ridotta assegnare cifre decimali $2+2=4$, ed alla seconda $2+3=5$. Moltiplicate queste tra loro, si ha il prodotto tav. quad. 2268,941 = pert. 94, tav. 12, piedi 11. Il prodotto esatto è pert. 94, tav. 12, piedi 11 $\frac{139}{432}$.

183. Ecco il metodo di moltiplicare a rovescio applicato a questo esempio; dove si rappelli il Principiante che la cifra delle unità della parte intera del numero rovesciato vuole essere collocata sotto la cifra decimale dell'altro Fattore, inferiore di due gradi almeno al numero di quelle che si debbono ritenere nel prodotto.

Tav. 17,36805 00
88 36,03 1 tav.

1736805 00
5010415 0
1942089
52104
13888
1384

Prodotto tav. quad. 2268,941|06

Proposizione X.

184. Posto il caso si debbano moltiplicare tra loro successivamente quante si vogliono quantità *comuni*; si domanda quante decimali cifre si debbano assegnare a ciascheduna delle corrispondenti quantità ridotte difettose, acciocchè l'ultimo prodotto si trovi sicuramente limitato a quel grado di esattezza che si desidera.

Risposta.

185. A ciascheduna delle *difettose Ridotte* si assegnino tante decimali cifre, quante sono le cifre che formano il denominatore, del quale si è parlato nelle precedenti proposizioni; e tante inoltre, quante sono le cifre che formano le parti intere di tutti gli altri fattori, e questo numero di cifre decimali si aumenti ancora di una, e si avrà generalmente l'intento.

Annotazione.

186. Se tra le quantità decimali da moltiplicarsi tra loro se ne trovassero alcune, le quali oltre all'essere mancanti di parte intera, fossero prive di decime, centesime ec., in tal caso dal prescritto numero di cifre decimali se ne dovranno levare tante quanti sono i zeri consecutivi che occupano i luoghi delle decime, centesime ec. Così se le quantità da moltiplicarsi fossero le seguenti 15,756 ec. 7,833 ec. 0,457 ec. 0,0034 ec., supposto che il prodotto debba essere limitato a tre cifre decimali, alla prima si dovranno assegnare cifre decimali $3+1+0$.

187. Il numero delle decimali cifre che abbiamo prescritto è quello che si richiede acciocchè in ogni caso si possa ottenere l'intento. In molti casi però si potrà avere lo stesso intento diminuendo il medesimo numero di qualche decimale cifra, come si vedrà negli esempi. Levando però dal prescritto numero tante decimali cifre quanti sono i Fattori, il calcolo sarà erroneo.

Esempio I.

188. Un capitale di lire 14723, soldi 15, è stato impiegato

all'interesse di lire 5, soldi 10 per 100 il giorno 13 Giugno del 1740. Si domanda quale frutto se ne ricaverà alla fine del detto anno, ossia il giorno 31 Dicembre?

Si otterrà la cercata somma moltiplicando primamente il capitale diviso per 100 per l'interesse, ed in seguito quanto ne risulta per la parte dell'anno compresa tra il giorno 13 Giugno ed il 31 Dicembre inclusivamente. Ora il capitale ridotto è esatto, ed eguale a lire 14723,75, e diviso per 100 diviene lire 147,2375. Parimenti è esatto l'interesse ridotto, ed eguale a lire 5,5. Quanto al terzo *Fattore*, cioè al tempo ridotto, perciocchè dall'una parte il denominatore de' denari, nel quale terminar dee il *prodotto difettoso*, ha tre cifre, e dall'altra la somma delle cifre che compongono le parti intere de' primi due fattori è $3+1=4$, al tempo, che è giorni 201, ridotto, si dovranno assegnare cifre decimali $3+4=7$, il quale sarà anni 0,5506849 (n. 99). Le ridotte adunque da moltiplicarsi tra loro saranno le seguenti:

Capitale ridotto e diviso per 100 = lire 147,2375
Interesse ridotto . . . . . = 5,5
Tempo ridotto. . . . . anni 0,5506849

Moltiplico il primo Fattore per il secondo, ed ho il prodotto esatto lire 809,806251. Moltiplico di nuovo questo prodotto per il terzo fattore, e ritenendo le sole tre prime decimali cifre, si ha per la cercata quantità lire 445,948 = lire 445, sol. 18, dan. 11.

Annotazione.

189. L'incomodo che in pratica s'incontra nel moltiplicare le quantità ridotte, massime quando sono molte, e molte sono le loro cifre decimali, si può in gran parte diminuire in due maniere. La prima è quella di moltiplicare a rovescio, della quale abbiamo parlato al numero 137, cioè s'inverta l'ordine delle cifre di tutte le quantità ridotte eccettuatane una. Per questa si moltiplichi uno de' fattori rovesciati colla legge accennata nel citato luogo, ed il prodotto che ne nasce si moltiplichi colle medesime leggi per un altro fattore rovesciato, e così di seguito.

190. L'altra maniera è di moltiplicare direttamente, e di disprezzare in ciascheduno de' prodotti tutte quelle decimali cifre che sono o possono essere *erronee*, cioè intaccate dall'errore e

difetto de' fattori. Si moltiplichi direttamente il primo fattore ridotto per il secondo, e se ambedue hanno un eguale numero di cifre, nel prodotto si trascurino tante decimali cifre quante sono le cifre che formano uno de' due fattori accresciute di una. Ma se uno avrà minori cifre dell'altro (il che accaderà quando uno sia numero intero o decimale esatto), in tal caso nel prodotto si trascurino solamente tante decimali cifre, quante sono le cifre che compongono il medesimo numero intero o esatto. In seguito si moltiplichi il prodotto così tronco per il terzo fattore, e nel nuovo prodotto si trascurino tante decimali cifre quante sono le cifre; il medesimo terzo fattore qualunque esso sia, e così successivamente si operi sino all'ultimo prodotto, nel quale si ritengano quelle sole decimali cifre che fanno bisogno, come si è fatto nelle precedenti proposizioni; avvertendo di accrescere d'una parte l'ultima delle decimali ritenute, ogniqualvolta la decimale che loro viene in seguito oltrepassa il 5.

191. Si osservi diligentemente che se tra' fattori alcuno sarà puramente decimale, dal numero delle cifre da trascurarsi nel prodotto che nasce dalla di lui moltiplicazione si dovranno escludere i zeri che occupano successivamente i luoghi della parte intera, delle decime, centesime ec.

ESEMPIO II.

192. Un pezzo di terreno rettangolare lungo tavole 152, piedi 5, once 7, e largo tav. 94, piedi 10, once 4, è stato stimato lire 526, soldi 16, dan. 10 la pertica. Si domanda quale sia il valore totale del detto pezzo?

Moltiplicando primamente la lunghezza per la larghezza, si avrà la quantità superficiale del terreno; e moltiplicando in seguito questa per il valore di una pertica, si avrà il valore cercato. Dunque perciocchè il prodotto dee terminare in danari, e la somma delle cifre che compongono la seconda e terza delle tre date quantità è $2+3=5$, alla lunghezza ridotta si dovrebbero assegnare cifre decimali $3+5+1=9$; ma perciocchè le dette parti intere sono picciole, potranno bastare otto, ed anche 7. Per una consimile ragione alla larghezza ridotta si dovranno dare cifre decimali $3+6=9$, ed al valore della per-

tica ridotto 3 + 5 = 8. Quindi le quantità da moltiplicarsi tra loro saranno le seguenti:

Lunghezza ridotta = tav. 152,465 17777.
Larghezza ridotta = tav. 94,444444444.
Valore ridotto = lire 526,84166666.

193. Ora volendo usare il metodo di moltiplicare a rovescio, si avrà il calcolo come segue:

152,465,17777
444444444,49

13721865999 3
609860700 8
60986070 8
6098606 8
609860 4
60986 0
6098 4
609 6
60 8
6 0
4

14399,4889993
66666148,625

719974449965
28798977998
863969339 4
11510591 12
5759795 2
143994 8
86396 4
8639 4
863 4
85 8
8 4

Ultimo Prodotto lire 7486250,78293
o sia dividendo per 24
Lire 311927,116 = lire 311927, soldi 2, dan. 3 $\frac{54}{100}$

ESEMPIO III.

194. Pietro vende un fondo di pert. 858, tav. 16, piedi 9, per il prezzo di lire 494, soldi 18, dan. 6 la pertica. In seguito impiega la somma ricavata all'interesse di lir. 4, soldi 19 per 100. Si domanda quale sia l'annuo frutto del capitale impiegato?

Moltiplicando tra loro le tre quantità date nel Problema, e dividendo l'ultimo prodotto per 100 si avrà quanto si cerca. Ora per le regole prescritte, il fondo ridotto dovrà avere cifre decimali $3 + 3 + 0 + 1 = 7$. Il prezzo della pertica ridotto $3 + 3 + 0 + 1 = 7$. L'interesse ridotto e diviso per 100 è esatto, ed eguale a lire 4,95. Levando da ciascheduna delle prime ridotte una decimale, che ordinariamente si può fare (n. 582), le ridotte saranno le seguenti:

Pertiche ridotte . . . . . = pert. 858,697916.
Prezzo ridotto . . . . . = 494,929166.
Interesse ridotto e diviso per 100 = 0,0495.

Ora moltiplicate tra loro le prime due ridotte, e sprezzate nel prodotto le ultime 9. decimali cifre (n. 189) si ha per il capitale impiegato lire 424995,075. Moltiplicato di nuovo questo prodotto così tronco per il terzo fattore ridotto, si trova per l'annuo frutto cercato lire 21035,276 = lire 21035, sol. 5, dan. 6.

ESEMPIO IV.

195. Pietro ha un fondo stimato, o come suol dirsi censito scudi 42544, lire $4\frac{5}{8}$ Ogni scudo è tassato a pagare dan. $4\frac{5}{8}$. Evvi la legge che chi non paga il dovuto censo prediale dentro un dato termine di tempo, sia condannato a pagare un soldo per lira, ossia il ventesimo del censo ogni giorno di dilazione. Pietro differisce a pagare il suo censo per giorni 148. Si domanda di quale somma di danaro siasi esso reso debitore?

La soluzione del Problema esige che si moltiplichino tra loro le quattro quantità date nel Problema. Ora perciocchè la seconda e la terza, cioè dan. $4\frac{5}{8}$ e soldi 1, sono mancanti di parte intera, cioè di lire, e la quarta (che qui dee essere considerata

come intera) ha tre cifre; alla prima quantità ridotta si dovranno assegnare cifre decimali $3+3+1=7$, alla seconda $3+8+1=12$, altrettante alla terza, e $3+5+1=9$. Quindi le quantità ridotte saranno le seguenti:

Scudi ridotti . . . . = Scudi 42584,72916666

Dan. $4\frac{5}{8}$ ridotti . . . = lire 0,01927083333

Soldi 1 ridotto . . . = lire 0,05

Giorni 148 . . . . . = giorni 148

Moltiplicate tra loro le prime due quantità a rovescio, si ha il calcolo come segue:

Scudi 42584,7291666
333338072910,0

42584729166 66
383262562499 4
85169458332
2981831041 2
34467783 2
1277541 6
126754 1
12775 2
1277 4
127 5
12 6

1.° Prodotto lire 8,20551731 2
,05

2.° Prodotto 0,41027586 56
148

3282206924 8
1641103462 4
410275865 6

3.° Prodotto 6,07208281088

ESEMPIO V.

196. Si vuole empire di frumento un granajo parallelepipedo lungo tav. 2, piedi 6, once 8, largo tav. 1, piedi 10, once 5, alto tav. 2, piedi 10, once 10. Si sa che una tavola cuba contiene moggia di frumento 2269, st. 3, quart. 1, ed il frumento vale lire 30, sol. 7, dan. 6 per moggio. Si domanda quale spesa convenga fare per il detto empimento?

La capacità del granajo deve essere indicata dal prodotto delle tre dimensioni date, moltiplicate tra loro. Questa capacità moltiplicata per la quantità di frumento che contiene la tavola cuba, indicherà la quantità delle moggia che si richiedono per empire il granajo; e finalmente moltiplicando questa quantità per il prezzo del moggio si avrà la somma cercata. Ora secondo le regole prescritte nella Risposta a questa proposizione, le quantità ridotte dovranno essere le seguenti:

Lunghezza ridotta . . .	Tav. 2,555555555555
Larghezza ridotta . . .	Tav. 1,868055555555
Altezza ridotta	Tav. 2,90777777777
Moggia ridotte	2269,40625 esatta
Prezzo ridotto.	Lir. 30,375

Usando il metodo di moltiplicare a rovescio, ecco il calcolo.

Primo Fattore	2,555555555555
Secondo Fattore . . .	555555550868,1

2555555555555
2044444444440
15333333330
2044444440
127777775
12777775
1277775
127775
12775
1275
125
10

Primo prodotto tav. quad.	4,773919753050
	7777777772,092
	9547839506100
	429652777745
	9547839506
	3341743825
	334174379
	33417433
	3341737
	334178
	33411
	3339
	329
	28
Secondo prodotto tav. cube	13,857628172005
	52604,9622
	2771525634401o
	277152563440o
	83145769032o
	12471865354s
	554305126s
	83145768
	2771524
	692880
Terzo prodotto	31448,587983718
	573,03
	943457639511154
	94345763951 11
	2261401158 81
	157242899o
Ultimo prodotto	Lire 955109,34135536

CAPO QUINTO.

Delle Regole generali per usare con precisione e sicurezza le decimali frazioni nella Divisione de' numeri.

197. Se le decimali frazioni sono comode e spedite nella moltiplicazione de' numeri, li quali contengono rotti comuni, come si è veduto nel capo precedente, non lo sono certamente meno nella divisione de' medesimi numeri. Adoperando i rotti comuni, quante riflessioni conviene sovente fare, e quante avvertenze avere per giustamente operare? Laddove usando le frazioni decimali, la divisione è sempre uniforme a sè medesima; e conosciuta che una volta sia la natura del quoziente, la quale ci viene sempre chiaramente indicata dal problema di cui si tratta, l'operazione del dividere ne' numeri che racchiudono rotti comuni, è egualmente facile che negli interi.

198. Tutta la difficoltà consiste nel sapere assegnare tanto al *Dividendo* quanto al *Divisore* ridotti quel preciso numero di cifre decimali nè più nè meno, che si richiedono e bastano acciocchè il quoziente si trovi limitato a quel grado di esattezza che si desidera. Riguardo a questo punto prescriveremo le regole generali in questo capo. Prima però che venghiamo a trattare di ciò, conviene che premettiamo alcuni Lemmi, li quali troverà dimostrati nella nostra *Aritmetica Riformata* chiunque vorrà.

Lemma I.

199. Se un numero intero avente cifre n. π si dividerà per un altro intero minore composto di cifre n. δ, il quoziente non potrà avere più cifre di $\pi - \delta + 1$, nè meno di $\pi - \delta$.

Annotazione.

200. Il quoziente avrà cifre intere $\pi + 1 - \delta$ ogniqualvolta il *Divisore* sia contenuto in altrettante prime cifre del *Dividendo*, altrimenti avrà cifre intere solamente $\pi - \delta$.

Lemma II.

201. Se un numero *decimale*, la di cui parte intera abbia cifre n. π si dividerà per un altro consimile numero, la parte intera del quale sia composta di cifre n. δ, la parte intera del quoziente non potrà avere più cifre di $\pi+1-\delta$ nè meno di $\pi-\delta$.

Annotazione.

202. I. Riguardo a questo Lemma avrà luogo quanto si è detto di sopra nell'Ann. al Lemma precedente.

II. Se il Divisore sarà *puramente decimale*, in tal caso essendo $\delta=0$, il massimo numero delle cifre della parte intera del quoziente sarà $\pi+1$, ed il minimo sarà π.

III. Se il medesimo Divisore oltre all'essere puramente decimale sarà mancante di decime, centesime ec., sicchè in luogo di queste abbia zeri consecutivi n. k, la parte intera del quoziente non potrà avere maggiore numero di cifre $\pi+k+1$, nè minore di $\pi+k$. Quindi si vede che k esprime δ negativamente preso, onde per parlare con un linguaggio algebrico, esprimendo δ primamente la parte intera del Divisore, diviene in seguito $=0$, quando il medesimo Divisore è puramente decimale, e finalmente si fa negativo, e passa ad esprimere i zeri consecutivi dello stesso Divisore.

IV. Considerando il massimo e minimo numero delle cifre che può avere la parte intera del quoziente, cioè $\pi+1-\delta$, e $\pi-\delta$, si scorge chiaramente, che avendo il Divisore parte intera, se il *Dividendo* sarà puramente decimale, divenendo $\pi=0$, il detto massimo numero sarà $1-\delta$, ed il minimo $-\delta$, il che significa che se sarà $\delta=1$, il *Dividendo* o sarà mancante della sola parte intera, ovvero oltre a ciò sarà privo ancora di decime, e se sarà $\delta>1$, lo stesso Divisore, oltre all'essere mancante di parte intera, avrà zeri consecutivi in luogo delle mancanti decime, centesime ec. n.° $\delta-1$ ovvero δ.

V. Finalmente se saranno puramente decimali tanto il Divisore quanto il *Dividendo*, in tal caso essendo $\pi=0=\delta$, il medesimo Dividendo o sarà privo di parte intera, o se l'avrà, essa non potrà avere più d'una cifra. Che se il Divisore ed il

Dividendo, oltrè all' essere mancanti di parte intera avranno de' zeri consecutivi in luogo delle decime, centesime ec. quello n.° δ, e questo n.° π, la parte intera del quoziente non potrà avere più cifre di $\delta + 1 - \pi$ nè meno di $\delta - \pi$. Per la qual cosa se sarà $\delta = \pi$ la medesima parte intera o sarà $= 0$, ovvero non avrà cifre più di 1; se sarà $\delta > \pi$, il quoziente avrà sempre parte intera, ed il numero delle cifre che esso può avere, si troverà sostituendo nelle formole $\delta + 1 - \pi$, $\delta - \pi$ i valori numerici di δ e π. Finalmente se sarà $\pi > \delta + 1$ ec., le medesime formole esprimeranno i zeri consecutivi che il quoziente puramente decimale avrà in luogo delle decime, centesime ec.

Lemma III.

203. Se una quantità *Ridotta difettosa*, che chiameremo A' corrispondente ad una quantità comune A si dividerà per un numero intero o per un' altra *Ridotta* sia essa *esatta*, sia difettosa B', alla quale corrisponda una quantità comune B, il quoziente *difettoso* Q' differirà dal quoziente esatto $Q = \frac{A}{B}$ meno di una di quelle parti che compongono l'ultima decimale cifra di Q'.

204. Poste queste cose, tre casi possono occorrere nella Divisione, cioè o che il Divisore sia intero, o decimale esatto o finalmente *difettoso*. Per ciascheduno di questi casi ecco le regole accennate di sopra esposte nelle seguenti proposizioni.

Definizione.

205. Chiamerò una quantità difettosa prossimamente eguale alla corrispondente quantità comune, quando la differenza tra le due quantità sia minore di una di quelle parti che compongono l'infimo rotto nel quale termina la quantità comune.

Proposizione X.

206. Posto il caso che una quantità comune debba dividersi per un numero intero, si domanda quante decimali cifre si debbano assegnare alla corrispondente quantità *ridotta* difettosa,

acciocchè il quoziente si trovi limitato a quel grado di esattezza che si desidera.

ANNOTAZIONE.

In due maniere si può risguardare il quoziente determinato col mezzo delle decimali frazioni, cioè o come una quantità la quale moltiplicata per il Divisore riproduca prossimamente la quantità divisa, ovvero come una quantità la quale dal quoziente esatto differisca meno di una qualsivoglia di lui parte.

RISPOSTA PRIMA

Preso il Quoziente nel primo senso.

207. Alla detta ridotta si diano tante decimali cifre quante sono le cifre che compongono il denominatore dell'ultimo rotto comune nel quale termina la quantità da dividersi, considerata come rotto immediato dall'unità intera, e tante inoltre quante cifre ha il Divisore intero, e si avrà generalmente l'intento.

RISPOSTA SECONDA.

Preso il Quoziente nel secondo senso.

208. Alla medesima ridotta si assegnino tante decimali cifre quante sono le cifre che formano il Denominatore di quel rotto comune del quoziente esatto, al quale si vuole limitare il quoziente difettoso, e si avrà l'intento.

ANNOTAZIONE.

209. Con una decimale meno delle prescritte nella risposta prima si otterrà il più delle volte il medesimo intento. Questo caso avverrà sempre ogniqualvolta il Divisore sia l'unità accompagnata da soli zeri, come 10, 100 ec., ma levandone due, il conto sarà sempre *erroneo*. Erroneo chiamo qui quel conto nel quale il prodotto che nasce moltiplicando il trovato quoziente

difettoso per il Divisore non è prossimamente eguale alla quantità divisa (n.° 204).

210. Dalle prescritte nella risposta seconda non si potrà levare alcuna decimale cifra senza che il conto sia erroneo, cioè senza che il quoziente difettoso differisca dall'esatto più di una di quelle parti che compongono quel rotto comune del medesimo quoziente esatto al quale si è limitato il difettoso.

ESEMPIO I.

211. Un fondo censito Scudi 21523 paga per censo prediale la somma di lire 212, sol. 19, d. $9\frac{1}{8}$. Si domanda quale sia la tassa dello Scudo?

Dividendo la detta somma per il numero de' Scudi, si troverà la quantità cercata. Ora è manifesto che il quoziente vuole essere preso nel primo senso. Dunque perciocchè il denominatore dell'ultimo rotto dan. $\frac{1}{8}$, nel quale termina il dividendo *riferito* alle lire come ad unità, è $20 \times 12 \times 8 = 1920$ avente quattro cifre, e cinque sono le cifre che compongono il divisore; alla somma ridotta si dovranno assegnare cifre decimali $4 + 5 = 9$, la quale sarà lire 212,988020833. Fatta la divisione si ha il quoziente difettoso lire 0,009895833 = dan. 2,374999920 = dan. 2,375 assai prossimamente = dan. $\frac{3}{8}$, e tale è il quoziente esatto.

ANNOTAZIONE.

212. Moltiplicando il trovato quoz.° decimale lire 0,009895833 per il numero de' Scudi, si ha il prodotto 212,988 = lire 212, soldi 19, dan. $9\frac{12}{100}$, il quale differisce dalla proposta somma meno di $\frac{1}{200}$ di danaro.

213. Se per ultimo rotto della somma da dividersi avessimo preso i danari, levando una cifra dalla ridotta lire 212,9 ec., e dividendola per il numero de' Scudi si avrebbe avuto il quoziente

lire 0,00989583 quasi come prima', ma levandone due il quoziente moltiplicato per il divisore, avrebbe prodotto lire 312, soldi 19, dan. 8 $\frac{83}{100}$ la differenza della quale quantità dalla vera somma sarebbe stata dan. $\frac{1}{4}$ maggiore di dan. $\frac{1}{8}$. Finalmente levandone tre il prodotto sarebbe stato lire 212,97=lire 212, soldi 19, dan. 0 $\frac{1}{2}$ mancante già della vera somma di dan. 8 $\frac{1}{2}$ circa.

ESEMPIO II.

214. Evvi una somma di 67927 lire, 14 soldi, 8 dan. da distribuirsi egualmente tra 314 soldati, si domanda quanto debba darsi a ciascheduno?

Il quoziente che sorte dividendo la proposta somma per 314 indicherà quanto si cerca. Ora è chiaro che bastando che la quantità cercata si trovi limitata a' danari e nulla più; basterà altresì che il quoziente sia preso nel secondo senso; qualunque poi sia la differenza che passa tra la somma da dividersi e la quantità che viene prodotta moltiplicando un tale quoziente per il divisore. Quindi al dividendo ridotto si dovranno assegnare tre sole decimali cifre, il quale sarà lire 67907,733, onde si troverà il quoziente difettoso lire 216, soldi 5, dan. 3.

ESEMPIO III.

Pesi 148 sono costati lire 1856, soldi 15, dan. 8, qual è il prezzo di un peso?

Prendendo il quoziente nel secondo senso, e volendolo limitare a' danari, basterà dare al *Dividendo* tre sole decimali cifre, sicchè esso sarà lire 1856,783. Fatta la divisione si trova il quoziente lire 12, soldi 10, dan. 10 $\frac{8}{10}$, il quale differisce dal vero meno di dan. $\frac{1}{5}$.

ANNOTAZIONE.

216. Si avverte che nell'esempio I. ed in questo volendo mutare in rotti comuni la parte decimale del quoziente deter-

minato nel primo senso per i denominatori di essi si dovranno moltiplicare non solamente le prime tre, ma tutte le cifre della medesima parte per avere oltre a' denari i rotti inferiori, li quali moltiplicati per il divisore servono a riprodurre la quantità divisa.

ESEMPIO IV.

217. Cento zecchini di giusto peso pesano once 10, dan. 5, gr. 20. Si domanda quale sia il peso di un zecchino?

Perciocchè il grano riferito all' oncia ha per denominatore 576, prendendo il quoziente nel primo senso, alla quantità da dividersi si dovranno assegnare cifre decimali $3 + 2 = 5$ (n.° 206) la quale sarà once 10,24305. Divisa questa per 100 si avrà il quoziente once 0,1024305 = dan. 2, grani 10,9999 ec. = gr. 11, e tale è il quoziente esatto.

Prendendo il quoziente nel secondo senso, e limitandolo a' grani, la quantità da dividersi sarà once 10,243, ed il quoziente once 0,10243 = dan. 2, grani 10,999 = dan. 2, gr. 11.

ESEMPIO V.

218. Pietro ha un impiego che gli rende l'annua pensione di lire 2550, sol. 10, dan. 6, qual è la di lui pensione giornaliera?

Il quoziente vuole essere preso nel secondo senso. Dunque la quantità da dividersi sarà esattamente lire 2550,525, e dividendo per 365, il quoziente lire 7, soldi 5, dan. 1 indicherà la pensione cercata.

ESEMPIO VI.

219. Il capitale di lire 144728 rende l'annuo frutto di lire 8352, soldi 0, danari 3. Si domanda a quale interesse sia esso stato impiegato?

L'annuo frutto è eguale all' interesse moltiplicato per il capitale, e diviso per 100. Dunque moltiplicando l'annuo frutto per 100, e dividendo il prodotto per il capitale, il quoziente darà l'interesse cercato. Ora alla quantità da dividersi si debbono assegnare cifre decimali $3 + 6 = 9$. Dunque essa sarà

lire 835201,25000000. Fatta la divisione per il capitale, si trova il quoziente lire 5,7708339 = lire 5, soldi 15, dan. 5,00004. L'interesse esatto è lire 5, soldi 15, dan. 5 $\frac{2}{142728}$. La differenza tra questi due valori è così picciola, che divisa per 100, e moltiplicata per il capitale produce poco più di $\frac{1}{50}$ di danaro, e tale sarà la differenza tra l'annuo frutto dato e l'annuo frutto riprodotto dalla moltiplicazione del quoziente difettoso per il capitale medesimo.

ESEMPIO VII.

220. Una superficie rettangola contiene pertiche quadrate 27, tav. 4, piedi 5, once 4. La di lei larghezza è tav. 16. Si domanda quale sia la di lei lunghezza?

Il quoziente che sorte dividendo la data superficie per la data larghezza indicherà quanto si cerca. Ora perchè once di tav. quadrate (ultimo rotto della quantità da dividersi) divisa per tav. lineari danno per quoziente once semplici, limitando il quoziente difettoso a questo rotto del quoziente esatto, alla quantità da dividersi si dovranno assegnare tre decimali cifre; (riducendo prima le pertiche a tavole), ond'essa sarà tav. quad. 652,444. Fatta la divisione per 16 si ha per la lunghezza cercata tav. lineari 40,777 = tavole 40, piedi 9, once 3,9; ossia once 4 prossimamente, e tale è la lunghezza esatta.

PROPOSIZIONE XI.

221. Posto che il Divisore sia decimale esatto, si domanda quante decimali cifre si debbano assegnare al *Dividendo* ridotto acciocchè il quoziente difettoso si trovi limitato a quel grado di esattezza che si desidera?

RISPOSTA PRIMA.

Preso il quoziente nel primo de' due sensi spiegati.

222. Al *Dividendo* ridotto si diano tante decimali cifre quante

sono le cifre che formano il denominatore del di lui ultimo rotto considerato come rotto immediato dell' unità intera, e tante inoltre quante sono le cifre di tutto il divisore, e si avrà l'intento.

RISPOSTA SECONDA.

223. Al *Dividendo* ridotto si assegnino tante decimali cifre quante sono le cifre del denominatore di quel rotto comune (riferito all' unità intera) del quoziente esatto al quale si vuole limitare il quoziente difettoso, e tante inoltre quante sono le cifre decimali del divisore esatto, e si avrà l' intento.

ANNOTAZIONE.

224. I. Se il divisore non sarà puramente decimale, riguardo a questa risposta avrà luogo quanto si è notato nell' annotazione alle risposte della proposizione precedente.

II. Se il divisore sarà puramente decimale, o se oltre a ciò sarà privo di decime, centesime ec., nella risposta prima tra le cifre del divisore non dovranno computarsi i zeri consecutivi che occupano i luoghi delle mancanti decime, centesime ec.

ESEMPIO I.

225. Quanto frumento si comprerà colla somma di lire 819, soldi 18, dan. 6, in ragione di lire 30, soldi 10 per moggio?

Tanto sarà il frumento cercato quanto il prezzo di un moggio è contenuto nella detta somma. Ora il divisore ridotto è esattamente lire 30,5. Dunque se si vorrà prendere il quoziente nel primo senso, al Dividendo ridotto si dovranno dare cifre decimali $3+3=6$, il quale sarà lire 819,925000. Fatta la divisione si avrà il quoziente moggia 26,882666 = moggia 26, st. 7, quart. 3, metà 2,99, cioè prossimamente metà 3.

226. Preso il quoziente nel secondo senso, e supponendo ch' esso si voglia limitare a metà, il denominatore delle quali è 128 avente tre cifre, basterà assegnare al *Dividendo* ridotto quattro decimali cifre, ond' essa sarà moggia 819,8866, ed il quoziente moggia 26, st. 7, quart. 3, metà 2,84.

ESEMPIO II.

227. Pietro possidente un fondo censito scudi 80527, lire $3\frac{6}{4}$ dee pagare per censo prediale la somma di lire 1216, soldi 5, dan 4. Si domanda quale sia la tassa dello scudo?

Il divisore scudi 80527 ec. ridotto è esattamente sc. 80527,625, ed è manifesto che conviene prendere il quoziente nel primo senso. Dunque alla somma da dividersi ridotta si dovranno assegnare cifre decimali $3+8=11$, ond'essa sarà lire 1206,26666666666, ed il quoziente difettoso lire 0,01510372 = dan. 3, ottavi di danaro 4,9991424.

La tassa esatta è dan. 3, ott. $4\frac{2902008}{5805326}$. Moltiplicando il trovato quoziente decimale per il divisore, si riproduce la somma di lire 1216. 5. 3,99. Levando dal medesimo quoziente una sola decimale cifra si riproduce la somma di lire 1216. 5. 3,6, ma levandone due l'errore della somma riprodotta s'estende sino a' soldi.

ESEMPIO III.

228. Un certo capitale impiegato all'interesse di lire 6, sol. 4, dan. 6 rende l'annuo frutto di lire 3020, soldi 12. Si domanda quale sia il capitale?

Il quoziente che sorte dividendo l'annuo frutto per l'interesse diviso per 100 scioglierà la quistione. Ora il detto interesse è esattamente lire 0,06225. Dunque prendendo il quoziente nel primo senso, all'annuo frutto ridotto si dovranno assegnare cifre decimali $2+4=6$ (n.° 206), il quale sarà lire 3020,600000. Fatta la divisione si trova il capitale cercato lire 48523,6 = lire 48523, soldi 12.

ESEMPIO IV.

229. Per il mantenimento di un certo numero di soldati si sono consumati moggia di frumento 1928, st. 2, quart. 1. Si sa che per ciascheduno dei soldati fanno d'uopo moggia 1, st. 2, quart. 3. Si domanda quale sia il numero de' soldati?

Conviene dividere la quantità totale di frumento per la quantità consumata da un soldato. Ora il divisore ridotto è esatto ed eguale a moggia 1,34375, e perciocchè il quoziente dovendo esprimere soldati dee essere numero intero, al Dividendo si dovranno assegnare tante decimali cifre quante ne ha il divisore il quale perciò sarà 1928,28125. Fatta la divisione si ha per il numero de' soldati 1435.

ESEMPIO V.

230. Per fare selciare un pavimento si sono spese lire 6299, soldi 3, pagando per ogni piede quadrato soldi 1, dan. 3. Si domanda quanti piedi quadrati contenga il detto pavimento?

Quanto si cerca deve essere indicato dal quoziente che sorte dividendo la somma spesa per il costo di un piede. Ora il divisore è esatto ed eguale a lire 0,0625. Dunque non dovendosi limitare il quoziente ad alcun rotto, ma a' piedi intieri, alla quantità da dividersi si dovranno assegnare tante decimali cifre quante ne ha il divisore, la quale sarà 6299,1500. Fatta la divisione si ha per quoziente ed insieme la quantità cercata, piedi quadrati 100786.

ESEMPIO VI.

231. Una superficie rettangola contiene tav. quadrate 100, piedi 8, once 9 di tavola. La di lei larghezza è tav. lineari 6, piedi 6. Si domanda quale sia la di lei lunghezza?

Il divisore tav. 6, piedi 6 ridotto è esatto ed eguale a tav. 6,5. In oltre le once di tavola nelle quali termina la quantità da dividersi sono prodotte da' piedi (ultimo rotto del divisore) moltiplicati per piedi. Dunque a' piedi dovrà limitarsi il quoziente. Quindi prendendo il quoziente nel secondo senso, alla quantità da dividersi si dovranno assegnare cifre decimali $2 + 1 = 3$, la quale sarà tav. quad. 100,729. Divisa questa per tav. 6,5 si ha il quoziente tav. lineari 15,51 = tav. 15, piedi 6, once 1, e tale sarà la lunghezza cercata.

Proposizione XII.

232. Posto che il divisore sia decimale difettoso, si domanda quante decimali cifre si debbano assegnare tanto al dividendo quanto al divisore ridotti, acciocchè il quoziente si trovi limitato a quel grado di esattezza che si desidera?

RISPOSTA PRIMA.

Preso il quoziente nel primo senso.

233. Al divisore ridotto si assegnino tante decimali cifre quante cifre ha il denominatore del rotto comune nel quale termina la quantità da dividersi, e tante inoltre quante sono le cifre che al più può avere la parte intera del quoziente, accresciute di una.

234. Al dividendo ridotto si assegnino tante decimali cifre quanto è il doppio numero delle cifre del detto denominatore, e tante inoltre quante sono le cifre che contiene la parte intera del divisore, e tante di più quante sono le cifre che può al più contenere la parte intera del quoziente più due ancora, e si avrà generalmente l'intento.

RISPOSTA SECONDA.

Preso il quoziente nel secondo senso.

235. Al divisore ridotto si assegnino tante decimali cifre quante sono le cifre che formano il denominatore di quel rotto comune del quoziente esatto al quale si vuole limitare il difettoso, e tante inoltre quante sono le cifre che al più può avere la parte intera del quoziente più una ancora.

236. Ed al *Dividendo* ridotto si diano tante decimali cifre quanto è il doppio numero delle cifre che compongono il sopraddetto denominatore, e tante inoltre quante sono le cifre che al più può avere la parte intera del quoziente più una ancora, e si avrà generalmente l'intento.

ANNOTAZIONE.

237. I. Sovente levando dalle decimali cifre prescritte nella risposta due dal *Dividendo* ed una dal Divisore, ed in alcuni casi levandone quattro da quello, e due da questo, si potrà ancora avere prossimamente l'intento, ma levandone di più, il calcolo sarà sempre *erroneo*.

II. Riguardo a questo caso avranno luogo le cose accennate nell'annotazione della precedente proposizione.

ESEMPIO I.

238. Scudi 127438, lire $3\frac{5}{8}$ pagano la somma di lire 2588, soldi 11, dan. 11. Si domanda quale sia la tassa dello scudo?

Perciocchè il denominatore dell'ultimo rotto della quantità da dividersi è composto di tre cifre, e la parte intera del quoziente è = 0, al divisore ridotto si dovranno assegnare cifre decimali 3 + 0 + 1 = 4, il quale sarà 127438,6041, ed al *Dividendo* ridotto 6 + 0 + 6 + 2 = 14, che sarà lire 2588,59583333333333, onde il quoziente si troverà essere lire 0,0203124939 = dan. 4, ottavi 6,999988 ec. o siano ottavi 7, e tale è il quoziente esatto.

ANNOTAZIONE.

239. Levando dal dividendo quattro decimali cifre, e due dal divisore il conto non patisce sensibile alterazione, ma togliendone sei da quello, e tre da questo, il quoziente è lire 0,0203124 = dan. 4, ottavi 6,99908. Per giudicare qual errore nel conto possa far nascere la differenza che passa tra questo quoziente e l'esatto, si osservi che la detta differenza è $\frac{1}{8} - \frac{99908}{8 \times 10000} = \text{dan. } \frac{23}{200000}$. Si moltiplichi il numeratore 23 per il divisore 12748,6, ed il prodotto si divida per 200000, il quoziente 146 dinoterà che il detto errore è dan. 146, cioè soldi 12, dan. 2.

ESEMPIO II.

240. Da una quantità di terreno censita scudi 5o349726,

lir. 5 $\frac{5}{8}$ si vuole ricevere un censo prediale di lire 519597, sol. 15, tassando i possessori a pagare un tanto per scudo. Si domanda quale debba essere questa tassa?

241. Il quoziente che sorte dividendo il censo per la quantità de' scudi, indicherà quanto si cerca. Ora per la risposta prima, al divisore ridotto si dovranno dare cifre decimali $2+0+1=3$, il quale sarà 5034972 6,937, ed al dividendo ridotto $4+8+2=14$, ond'esso sarà lire 519597,750000000000000. Effettuata la divisione si trova che la tassa dello scudo deve essere lire 0,0103197712 = dan. 2, ott. 3,81396070 4. La tassa esatta è dan. 2, ottavi 3 $\frac{1966987673}{2416796893}$.

242. Levando dal dividendo quattro cifre, e due dal divisore, il conto non soffre sensibile alterazione, ma levandone sei da quello e tre da questo, la somma riprodotta differisce già dall' esatta più di tre soldi.

ESEMPIO III.

243. Una certa quantità di zecchini di giusto peso posta sopra la bilancia pesa once 10, dan. 6, gr. 20. Il peso di un zecchino è dan. 2, gr. 11. Si domanda quanti siano i zecchini?

La quantità cercata deve essere indicata dal quoziente che sorte dividendo il peso totale de' zecchini per il peso di uno. Ora il divisore dan. 2, gr. 11, considerato come rotto dell' oncia ridotto è difettoso, ed eguale a once 0,10243 ec., quindi la parte intera del quoziente non potrà avere più cifre di $2+1=3$ (n.° 199), e finalmente il quoziente medesimo dovendo esprimere zecchini effettivi non può avere rotti. Dunque prendendo il quoziente nel secondo senso, il divisore dovrà avere cifre decimali $0+3+1=4$, il quale sarà once 0,1024. Ma acciocchè il quoziente sia intero fa d'uopo che il dividendo abbia un egual numero di cifre decimali col divisore. Dunque il medesimo dividendo sarà once 10,2430. Fatta la divisione, il quoziente intero è 100. Dunque altrettanti saranno i zecchini.

ESEMPIO IV.

244. Quanti diamanti, ciascheduno de' quali pesa grani 3 si richieggono per formare il peso di dan. 5, grani 21?

Dividendo danari 5, grani 21, per grani 3, si avrà la quantità cercata. Ora il divisore ridotto a decimali frazioni di oncia è once 0,00520 ec., ed il dividendo ridotto similmente a on. 0,24479 ec. Di più non potendo il quoziente avere per parte intera più di due cifre, il divisore dovrà avere decimali cifre $0+2+1=3$ (n.° 222), ed altrettante se ne dovranno assegnare al dividendo, quindi questo sarà 0,2447, e quello 0,0052. Fatta la divisione si ha il quoziente intero 47, il quale indicherà il numero de' diamanti.

Annotazione.

245. Se in questo esempio per l'unità intera si fosse preso il danaro, il conto sarebbe stato più semplice, imperocchè i valori decimali de' grani considerati come rotti de' danari essendo gli stessi che quei delle tavole riguardo alle pertiche, il divisore sarebbe stato esattamente danari 0,125, quindi assegnando al dividendo ridotto cifre decimali tre, si avrebbe avuto danari 5,875. Fatta la divisione si trova il quoziente esatto 47.

ESEMPIO V.

246. Un corpo la di cui solidità è piedi cubi 238, once 10, punti 8 di tav. cuba, ha per larghezza piedi lineari 5, once 4, e per altezza piedi 3, once 7. Si domanda quale sia la di lui lunghezza?

Dividendo la solidità per il prodotto della larghezza moltiplicata per l'altezza si otterrà quanto si cerca. Ora questo prodotto è piedi quadrati 19, once 1, punti 4 di piede quadrato. In oltre i punti (ultimo rotto del *Dividendo*) sono prodotti da' punti (ne' quali termina il Divisore) moltiplicati per piedi. Dunque a questi, o al più alle once si dovrà limitare il quoziente. Quindi perciocchè la parte intera dello stesso quoziente deve avere due cifre, al divisore ridotto si dovranno assegnare cifre decimali $3+2+1=5$, il quale sarà piedi 19,11111, ed al dividendo ridotto se ne dovranno assegnare $4+2+1=7$, il quale perciò sarà piedi 238,8888888. Fatta la divisione si ha il quoziente piedi lineari 12,5 = piedi 12, once 6.

CAPO SESTO.

Delle regole generali per usare con precisione e sicurezza le decimali frazioni in que' conti, i quali nel medesimo tempo richieggono la moltiplicazione e la divisione, acciocchè l' ultimo risultato si trovi limitato a quel grado di esattezza che si desidera.

247. Ogniqualvolta accaderà di dovere adoperare la moltiplicazione e la divisione in un medesimo conto per determinare la quantità delle decimali cifre da darsi a ciascheduna ridotta difettosa che v'entra, converrà accoppiare le regole che riguardo a queste due operazioni abbiamo separatamente date ne' due precedenti capi.

LEMMA I.

248. Se una quantità qualunque di numeri interi che chiameremo t si moltiplichino tra loro, il prodotto non può avere più cifre della somma delle cifre che formano i fattori, nè meno della detta somma diminuita della quantità t meno uno. Così se i detti numeri si chiameranno generalmente A, B, D ec., e le quantità delle cifre che li compongono si dinoteranno colle lettere π, δ, φ ec., il prodotto $A \times B \times D$ ec. non potrà avere più cifre di $\pi + \delta + \varphi$ ec. nè meno di $\pi + \delta + \varphi$ ec. $+ 1 - t$.

ANNOTAZIONE.

249. Lo stesso lemma avrà luogo ne' numeri decimali. Ne' numeri però puramente decimali conviene escludere dalle cifre che li compongono i zeri consecutivi che possono occupare successivamente i luoghi delle mancanti decime, centesime ec.

LEMMA II.

250. Se una quantità qualunque t di numeri decimali A', B', D' ec. si moltiplicano tra loro, la parte intera del prodotto $A' \times B' \times D'$ ec. non può avere più cifre della somma delle cifre che compongono le parti intere de' fattori A', B', D' ec. nè meno

della medesima somma diminuita del numero de' fattori meno uno, così se i numeri delle cifre componenti le parti intere di A', B', D' ec. si dinoteranno colle lettere π', δ', φ' ec., la parte intera del prodotto non potrà avere più cifre di $\pi' + \delta' + \varphi'$ ec. nè meno di $\pi + \delta' + \varphi$ ec. $+ 1 - t$.

Annotazione.

251. Se tra i numeri decimali che si moltiplicano, alcuno, per esempio B sarà *puramente decimale*, in tal caso si dovrà porre $\delta = 0$, e se oltre all'essere tale, fosse mancante di decime, centesime ec., allora δ negativamente preso esprimerà il numero de' zeri consecutivi che occupano i luoghi delle decime, centesime ec., quindi la parte intera del prodotto non potrà avere più cifre di $\pi - \delta + \varphi$ ec. nè meno di $\pi - \delta + \varphi$ ec. $+ 1 - t$.

252. Premesse queste cose, ecco nelle seguenti proposizioni le regole che in pratica si debbono seguire ne' tre casi che possono occorrere, cioè che il divisore sia intero o decimale esatto ovvero decimale difettoso.

Proposizione XIII.

253. Posto il caso che si debbano moltiplicare tra loro più quantità *comuni*, e che in seguito il prodotto debbasi dividere per un numero intero, si cerca quante decimali cifre si debbano assegnare a ciascheduna ridotta difettosa, acciocchè l'ultimo *Risultato* si trovi limitato a quel grado di esattezza che si desidera?

Risposta.

Si chiamino A, B, E ec. le quantità da moltiplicarsi tra loro e sia D il divisore, sarà l'ultimo *Risultato* $\frac{A \times B \times E}{D}$, ovvero perciocchè dividere il prodotto per D è lo stesso come si è detto altrove che dividere uno de' *Fattori* per D, e di poi moltiplicare il quoziente per il prodotto degli altri Fattori, lo stesso *Risultato* potrà essere espresso così $\frac{A}{B} \times B \times E$ ec. Ciò posto sia Q

il quoziente esatto di A diviso per D, sarà il medesimo risultato eguale a $Q \times B \times E$ ec. Si chiami Q' il quoziente difettoso che si trova dividendo la quantità ridotta A' per D', se si vorrà che il risultato difettoso $Q' \times B' \times E'$ ec. sia prossimamente eguale all' esatto $Q \times B \times E$ per le regole della moltiplicazione si determini quante decimali cifre si debbano assegnare a Q', B', E' ridotte. In seguito per le regole della divisione si definisca quante decimali cifre si debbano assegnare ad A' ridotto, e si avrà quanto si cerca.

ESEMPIO I.

254. Pietro morendo ordina che si venda un fondo di pert. 4, tav. 6, piedi 4 al prezzo di lire 400, soldi 16 la pertica, e che dalla somma ricavata si formino 12 doti eguali da distribuirsi ad altrettante povere figlie nubili. Si domanda quale sia il valore di una delle doti?

La quistione richiede che si trovi la detta somma moltiplicando l'accennato prezzo per la quantità delle pertiche, e che in seguito si divida il prodotto per 12. Ponendo adunque pertiche 4 ec. $= A$ lire 400 ec. $= B$ $12 = D$, il valore della detta dote sarà $\frac{A}{D} \times B = Q \times B$ $Q' \times B$ prossimamente. Ora perciocchè basta ch' esso sia limitato a' danari, le cifre da assegnarsi al quoziente Q' saranno $3 + 3 = 6$ per la regola della moltiplicazione, ed essendo D intero, ad A si dovranno assegnare parimenti cifre decimali 6 per la regola della divisione. Dunque A' sarà 4,263888, e $\frac{A}{D}$ si troverà $= 0{,}355324$, e finalmente $\frac{A}{D} \times B = 0{,}355324 \times$ lire 400,8 = lire 142, sol. 8, dan. 3. La dote esatta è lire 142. 8. $3\frac{1}{3}$.

ESEMPIO II.

255. Per il mantenimento di 230 cavalli si sono consumati fasci di fieno 46, il quale si è pagato soldi 1, dan. 9 la libbra *grossa*. Si domanda quanto siasi speso per il mantenimento di ciascheduno di essi. Il fascio è 100 libbre grosse.

In questo caso sarà $A = 46$, $B =$ soldi 9, dan. $9 = 0{,}0875$,

$E = 100$, $D = 230$. Dunque la quantità cercata $\frac{A}{D} \times B \times E$ sarà $\frac{46}{230} \times$ lire $0{,}0875 \times 100 = \frac{46}{230} \times$ lire $8{,}75$, e bastando ch' essa sia limitata a' danari, si vede che Q' deve avere cifre decimali $3 + 1 = 4$. Dunque dividendo A per D si dovrebbe continuare la divisione sino alla quarta decimale cifra, ma essa finisce dopo la prima, ed è 02. Dunque il cercato costo sarà lire $0{,}2 \times 85 =$ lire $1{,}75 =$ lire 1, soldi 15, e tale ancora è il costo esatto.

ESEMPIO III.

256. Un capitale di lire 43527 impiegato ad un dato interesse in 4 anni compiti ha prodotto la somma d'annui frutti lire 7617, soldi 4, dan. 10. Si domanda quale sia stato l'interesse?

Per poco che si rifletta, si vede che il cercato interesse deve essere eguale alla somma degli annui frutti moltiplicata per 100 e divisa per il capitale moltiplicato per il tempo. Dunque sarà la quantità cercata $\frac{A}{D} \times B =$ lire $\frac{7617.4.10}{43527 \times 4} \times 100 = \frac{7617.4.10}{174108} \times 100$. Ora è chiaro che in questo caso non basta limitare il cercato interesse a' soli danari, imperocchè anche i rotti di lira inferiori a' danari moltiplicati per il capitale possono produrre qualche sensibile parte dell'annuo frutto. Quindi per giustamente procedere nel conto, posto che Q' sia il quoziente decimale difettoso di A diviso per D, questo dovrà essere tale, che moltiplicato per D, ossia per 174108, produca una quantità prossimamente eguale ad $A \times B$, cioè a lire $7617.4.10 \times 100$. Ora, perciocchè l'ultimo rotto di questa quantità sono i danari, a Q' si dovranno assegnare cifre decimali $3 + 6 = 9$ per le regole della moltiplicazione. Dunque altrettante se ne dovranno assegnare ad A' ridotta. La quale sarà lire 7617,241666666. Divisa questa per D, si ha il quoziente lire 0,043750095, il quale moltiplicato per 100 dà per l'interesse cercato lire $4{,}3750095 =$ lire 4, soldi 7, dan. 6,00228. Questo interesse nello spazio di anni 4 fa produrre al sopraddetto capitale la somma d'annui frutti lire 7617, sol. 4, dan. 9,96.

Proposizione XIV.

257. Posto il caso che il Divisore sia decimale esatto, si cerca quante decimali cifre si debbano assegnare a ciascheduna ridotta difettosa, acciocchè l'ultimo risultato si trovi limitato a quel grado di esattezza che si desidera?

Risposta.

258. Determinato il numero delle decimali cifre che deve avere il quoziente Q come nella proposizione precedente, il quale numero si chiami μ, al Dividendo ridotto A' si diano cifre decimali μ, più tante quante ne ha il divisore, e si avrà l'intento.

ESEMPIO I.

259. Un capitale impiegato all'interesse di lire 4, soldi 7, dan. 6 per 100, nello spazio di anni 4 e 73 giorni ha prodotto la somma di annui frutti lire 7998, soldi 1, dan. 8,6. Si domanda quale sia stato il capitale impiegato?

Il capitale cercato deve agguagliare la proposta somma moltiplicata per 100, e divisa in seguito per il prodotto dell'interesse moltiplicato per il tempo. Dunque nella formola $\frac{A}{D} \times B \times E$ ec., sostituendo la detta somma in luogo di A, 100 in luogo di B, a lire 4. 7. 6 $\times$ anni 4, giorni 73 in vece di D, si avrà il valore di $\frac{A}{D} \times B$ in quantità numerica, che agguaglierà il capitale cercato. Ora bastando che il medesimo capitale sia limitato a' danari, a Q si dovranno assegnare cifre decimali $3 + 2 = 5$ (n.° 255). Inoltre, percioechè D è decimale esatto, ed eguale a $4{,}375 \times 4{,}2 = 18{,}375$, alla ridotta A' si dovranno assegnare cifre decimali $5 + 3 = 8$. Dunque sarà A' = lire 7998,08583333. Divisa A' per D, si trova il quoziente lire 435,25997, che moltiplicato per 100 diviene lire 43526,9977, cioè prossimamente lire 43527.

ESEMPIO II.

260. Il capitale di lire 43527 essendo stato impiegato all'

interesse di lire 4, soldi 7, dan. 6 ha prodotto in un dato tempo la somma de' frutti annui lire 7988, soldi 1, dan. 8,6. Si domanda quale sia il detto tempo?

Il tempo cercato deve essere eguale alla somma de' frutti divisa per il prodotto che nasce moltiplicando il capitale per l'interesse diviso per 100., o., che è lo stesso, alla somma de' frutti moltiplicata per 100, e divisa per il capitale moltiplicato per l'interesse. Dunque nella formola $\frac{A}{D} \times B \times E$ ec., sarà A = lire 7998, soldi 1, dan. 8,6, B = 100, e D = 43527 × lire 4. 7. 6 = 190430,525. Ora perciocchè la quistione esige che il tempo cercato $\frac{A}{D} \times B$ sia limitato a' giorni, il denominatore de' quali è 365, al quoziente $Q' = \frac{A'}{D'}$, si dovranno assegnare cifre decimali 3 + 2 = 5. Dunque al dividendo ridotto A' si dovranno assegnare cifre decimali 5 + 3 = 8, il quale sarà 7998,08583333. Diviso A' per D' si ha il quoziente Q' anni 0,042, il quale moltiplicato per 100 produce anni 4, giorni 73.

ESEMPIO III.

261. Sempronio possede un fondo dal quale in un novennio ricava di netto (cioè sottratte tutte le spese) moggia frumento 3, st. 1, quart. 1, metà 1 per pertica, il quale frumento (prendendo il prezzo medio d'un novennio) si vende a lire 35, soldi 17 il moggio. Egli vorrebbe vendere il fondo per impiegare la somma ricavata all'interesse di lire 5, soldi 2, danari 9 per 100, in maniera che alla fine di un novennio gli entrasse in cassa la medesima quantità di danaro che gli entrava prima della vendita. Si domanda a quanto la pertica debba egli vendere il suo fondo?

262. La quantità di danaro che a Sempronio entra in cassa in un novennio, prima della vendita, si trova moltiplicando la quantità delle pertiche per la quantità di frumento che in un novennio gli rende ogni pertica, ed in seguito il prodotto per il prezzo medio di un moggio. Fatta la vendita, il danaro che nel medesimo spazio di tempo entra in cassa di Sempronio agguaglia il prodotto della quantità delle pertiche vendute, moltiplicata per il prezzo di una, e di poi per l'interesse diviso per 100, e

moltiplicato per 9. Quindi agguagliando come richiede la quistione, queste due quantità, si vede che la quantità cercata deve essere eguale al frumento che in un novennio rende una pertica moltiplicato per il prezzo medio di un moggio, e per 100, e diviso per l'interesse moltiplicato per 9. Dunque nella formola $\frac{A}{D} \times B \times E$ ec. facendo A = moggia 3 ec., B = lire 35 ec., E = 100, D = lire (5. 2. 9) × 9 si avrà il valore della quantità cercata. Ora il divisore D ridotto è esatto, ed eguale a 46,2375, e bastando che la quantità cercata sia limitata a' danari, a Q' si dovranno assegnare cifre decimali 3 + 2 + 2 = 7 (n.° 255), ed alla ridotta A' cifre decimali 7 + 4 = 11, la quale sarà moggia 3,164062500oo. Dividendo A' per D', si trova il quoziente Q' = 0,0684306, il quale moltiplicato per B × E 3585, dà per la quantità cercata lire 235,324 = lire 235, soldi 6, dan. 6.

Proposizione XV.

263. Posto che il divisore sia difettoso, si cerca quante decimali cifre si debbano assegnare a ciascheduna ridotta difettosa, acciocchè l'ultimo risultato si trovi limitato a quel grado di esattezza che si desidera?

Risposta.

Si determini il numero μ delle decimali cifre alle quali deve essere limitato il quoziente Q', come nelle due precedenti proposizioni. In seguito al divisore A' ridotto si diano cifre decimali μ, più tante altre quante sono le cifre che possono formare la parte intera di Q' più una ancora.

Ed al *Dividendo* A' si assegnino cifre decimali 2 μ, più tante quante cifre può avere la detta parte intera del medesimo quoziente Q' più una.

Esempio.

264. Il capitale di lire 52728 essendo stato impiegato ad un dato interesse, in anni 4 e giorni 182 ha prodotto la somma

d'annui frutti lire 13622, soldi 4, dan. 4. Si domanda quale sia stato l'interesse?

Perciocchè la somma de' frutti è eguale al capitale moltiplicato per l'interesse diviso per 100 e per il tempo; per lo contrario l'interesse sarà eguale alla stessa somma moltiplicata per 100, e divisa per il prodotto del capitale moltiplicato per il tempo Dunque la quantità da dividersi sarà 13622,2166 ec. × 100, ed il divisore sarà 52728 × anni 4,498630 ec., e $\frac{D}{A} \times B = \frac{13622,2166 \text{ ec.} \times 100}{52728 \times \text{anni } 4,498630 \text{ ec.}}$

Ora il quoziente Q' non potendosi in questo caso limitare ad alcuno determinato rotto, come si è notato al numero 245, per quanto si è detto nel medesimo luogo, il medesimo quoziente dovrà essere limitato ad un tal numero di cifre decimali, che sia $Q \times 52728 \times 4,498630 \text{ ec.} = 136221,666 \text{ ec.}$ Ora perciocchè questa seconda quantità, dovendo essere limitata a' danari, richiede tre sole cifre decimali, ad altrettante dovrà essere limitata anche la prima. Quindi per le regole della moltiplicazione a Q' si dovranno assegnare cifre decimali 3 + 5 + 1 = 9. Ciò posto, per questa proposizione nella quantità $\frac{136221,666 \text{ ec.}}{52728 \times 4,498 \text{ ec.}} = \frac{1}{100} Q'$, il divisore 52728 × 4,498 ec. dovrà avere cifre decimali sicure 9 + 9 + 1 = 10, per conseguenza al fattore 4,498109 ec. si dovranno assegnare cifre decimali almeno 9 + 5 = 14, ed al *Dividendo* cifre decimali 14 + 3 = 17. Sarà adunque $Q' = \frac{136221,66666666666666666}{2361102,76986156909530}$ = 5,769616635 = lire 5, soldi 15, dan. 4,708, e tale sarà l'interesse cercato.

CAPO SETTIMO.

Delle Regole generali per usare con sicurezza e precisione le decimali frazioni nella Regola del Tre.

265. Distingueremo la Regola del Tre, siccome è costume, in semplice e composta.

§. I.

Delle sopraddette regole nella Regola del Tre semplice.

266. Esprimano generalmente le tre lettere A, B, D i tre numeri dati in una questione appartenente alla Regola del Tre semplice, chiamata x la quantità cercata, è noto che supponendo che B sia il termine omogeneo col cercato x, e che abbia relazione al termine D, è noto, dico, che ordinati i termini come si conviene, si avrà la seguente proporzionalità geometrica:

$$D : A = B : x,$$

È noto inoltre che deve essere $D \times x = A \times B$, e per conseguenza $x = \frac{A \times B}{D} = \frac{A}{D} \times B$.

267. Ora in due maniere si può considerare la quantità cercata x, usando i decimali, cioè o come tale, che moltiplicata per la prima D, dia un prodotto prossimamente eguale al prodotto $A \times B$ de' due termini medj, ovvero come tale, che sia prossimamente eguale alla quantità esatta x, comechè poi il prodotto $D \times x'$ sia sensibilmente differente dal prodotto esatto $D \times x$.

268. Si osservi, che nella Regola del Tre, ordinati i termini come si è detto, i primi due termini sono sempre omogenei tra loro, sicchè si può ridurli ad avere la somma d'interi ogni volta che si voglia.

Proposizione.

269. Si domanda quante cifre decimali si debbano assegnare alle ridotte che entrano nella Regola del Tre, acciocchè la quantità cercata x si trovi limitata a quel grado di esattezza che si desidera?

Risposta prima.

Presa la x' nel primo de' due spiegati sensi.

270. Sia Q' il quoziente decimale che sorte dividendo A per D. Primamente per la regola della moltiplicazione, si determini quante decimali cifre debba avere x', acciocchè $D \times x'$ sia prossimamente eguale ad $A \times B$. In secondo luogo essendo $Q' \times B = x'$, si de-

termini per le medesime regole quante decimali cifre debbano avere Q′ e B, acciocchè il prodotto Q′ × B sia limitato al numero delle cifre decimali di x′. Finalmente si divida A per B, e si continui la divisione sino a tanto che il quoziente abbia tante decimali cifre quante se ne debbano assegnare a Q′, e si avrà l'intento.

Risposta seconda.

Presa la x′ nel secondo senso.

271. Si determini quante decimali cifre debba avere x′, acciocchè sia essa prossimamente eguale ad x esatta. Di poi si determini quante decimali cifre debbano avere le quantità Q′, B′, acciocchè il prodotto Q′ × B′ si trovi limitato alle cifre decimali di x′. Finalmente si divida A per B, e si continui la divisione sino a tanto che si abbia quel numero di decimali cifre che esige Q′, e si avrà l'intento.

Esempio I.

272. Per ricavare da un dato fondo, ovvero censo prediale di lire 845, soldi 17, dan. 1, si è tassato lo scudo di dan. $2\frac{3}{8}$ per cavarne il censo lire 1469, soldi 12, dan. 4; di quanto si dovrà tassare lo scudo?

Egli è chiaro che le due somme debbono essere proporzionali alle tasse dello scudo. Quindi ordinati i numeri dati, ed il cercato x′ si avrà la seguente proporzionalità geometrica.

D A B

Lire 845. 17. 1 : lire 1469. 2. 4 = dan. $2\frac{3}{8}$: x′,

ovvero riducendo i primi due termini al loro ultimo rotto

D A B

$203005 : 352588 = \text{dan. } 2\frac{3}{8} : x'$.

Ora non potendosi la x′ limitare ad alcuno determinato rotto si

dovrà prendere nel primo senso. Quindi prendendo per ultimo rotto del prodotto $A \times B$ i danari (non potendo i rotti inferiori, se vi sono, alterare sensibilmente il valore di x), acciocchè $D \times x$ sia prossimamente eguale al prodotto $A \times B$, alla x si dovranno assegnare cifre decimali $3 + 6 = 9$ (n.° 270), ma acciocchè il prodotto $Q' \times B = x'$ sia limitato alle cifre decimali di x', a Q' si debbono assegnare cifre decimali $9 + 0 - 2 + 1 = 8$ (n.° 270), ed a B' cifre decimali $9 + 1 + 1 = 11$. Dunque si dovrà continuare la divisione di A per D sino all' ottava decimale cifra inclusivamente, onde si avrà $Q' = 1{,}73684392$, e B' sarà lire 0,00989583333. Moltiplicato Q' per B' a rovescio, si ha il calcolo come segue:

1,73684392
33338598900,0

15631595 28
1389475 12
156315 87
86842 0
13894 4
520 8
51 9
5 1
3

$x' =$ lire 0,01718751772
dan. 24,0

687500680
343750 34

dan. 4,12500408
8

ott. di dan. 1,00003264

ANNOTAZIONE.

273. Osservi il Principiante, che il rotto ottavi di danaro

0,00003 ec. si può trascurare, imperocchè moltiplicato per il primo termine 203005 della proporzione geometrica, produce $\frac{609015}{800000}$ di danaro, che è poco più di $\frac{3}{4}$ di danaro, e moltiplicato per i sc. 85475 produce poco più di dan. $\frac{256425}{800000}$, che eccede di poco un punto di danaro.

ESEMPIO II.

274. Un dato capitale impiegato a lire 5, soldi 10, dan. 6 per 100 rende l'annuo frutto di lire 2692, sol. 10, dan. $9\frac{1}{2}$, acciocchè l'annuo frutto divenga lire 2911, soldi 16, dan. 10, a quale interesse devesi essa impiegare?

275. Essendo dato il capitale, gli annui frutti debbono essere proporzionali agli interessi. Dunque ordinati i termini dati, ed il cercato x si avrà la seguente proporzionalità geometrica.

D A

Lire 2692. 10. $9\frac{1}{2}$: lire 2911. 16. 10 = lire 5, 10. 6: lire x,

ovvero

D A

1292419: 1397684 = lire 5. 10. 6: lire x.

Ora in quest'esempio, non altrimenti che nel precedente, la quantità cercata x vuole essere presa nel primo senso. Ciò posto, perciocchè per ultimo rotto del prodotto $A \times B$ si possono prendere i danari, acciocchè il prodotto $D \times x$ sia prossimamente eguale al prodotto $A \times B$, ad x' si dovranno assegnare cifre decimali $3 + 7 + 1 = 11$ (n.° 270). Dunque a 11 decimali cifre dovrà limitarsi altresì $Q' \times B = x'$. Quindi a Q' si dovranno assegnare cifre decimali $11 + 1 = 12$ (n. 270). Dividendo adunque A per D si dovrà continuare la divisione sino a 12 decimali cifre, onde si troverà $Q' = 1{,}081440944326$. Moltiplicato questo valore per B, cioè per lire 5,525, si ha il prodotto lire 5,975 = lire 5, soldi 19, dan. 6, e tale sarà l'interesse cercato.

ESEMPIO III.

275. Evvi un rettangolo lungo tav. 33, piedi 6, once 8, e

largo tav. 21, piedi 7, once 9. Sopra una data lunghezza di tav. 45, piedi 1, once 5 si vuole construire un altro rettangolo eguale al dato. Si domanda quale debba essere la di lui larghezza?

Volendo ridurre la soluzione di questo Problema alla Regola del Tre, conviene disporre i termini dati, ed il cercato x nel seguente modo:

D A

tav. 45. 1. 5 : tav. 33. 6. 8 = tav. 21. 7. 9 : tav. x,

ovvero

D A

6497 : tav. 4832 = tav. 21. 7. 9 : tav. x.

Ciò posto volendo prendere la quantità cercata x nel primo senso, osserverei che le dimensioni A, B terminando in once, ed once moltiplicate per once producendo atomi di tav. quad., questi al più possono essere l'infimo rotto del prodotto A × B, e a questo rotto limiterei altresì il prodotto D × x', ma siccome non v'è uso in pratica di tenere conto di simili minuzie, potremo supporre il prodotto A × B limitato alle once, nella quale supposizione alle once dovrà limitarsi il prodotto D × x'. Dunque x' dovrà avere cifre decimali 2 + 4 = 6 (n.° 270), e ad altrettante si dovrà limitare il prodotto Q × B. Quindi a Q si dovranno assegnare cifre decimali 6 + 2 + 1 = 9, e a B cifre decimali 6 + 0 + 1 = 7. Dunque sarà Q = 0,743728182, e B' = 21,6458333. Moltiplicate tra loro queste due ridotte si ha il prodotto x' = tav. 16,098 = tav. 16, piedi 1, once 2.

ESEMPIO IV.

276. Pertiche di terreno 456, tav. 15, piedi 9 rendono annualmente moggia di frumento 917, st. 6, quart. 3, quanto renderanno pert. 518, tav. 18, piedi 7?

Disposti i termini dati ed il cercato x' nel seguente modo:

D A B

Pert. 456. 15. 9 : pert. 518. 18. 7 = moggia 917, st. 6, q. 3 : mog. x,

ovvero

D A B

131508 : 149407 = moggia 917. 6. 3 : moggia x.

Se supporremo che basti limitare la x' a quartari, il prodotto

$Q \times B'$ dovrà essere limitato a due decimali cifre. Quindi a Q' si dovranno assegnare cifre decimali $2+3+1=6$, ed a B' cifre decimali $2+1+1=4$. Quindi sarà $Q' = \frac{A}{B} = 1{,}136028$, e B' moggia 917,8437. Moltiplicate tra loro queste due quantità ridotte, si avrà $x' =$ moggia $1042{,}69 =$ moggia 1042, st. 5, qu. 2.

ESEMPIO V.

277. Pesi 15, lib. 17 si sono pagati lire 480, sol. 7, dan. 11, quanto costano pesi 22, lib. 10?

Essendo i prezzi proporzionali alla quantità della mercanzia, si avrà la seguente proporzionalità geometrica:

D A

Pesi 15. 17 : pesi 22. 10 = lire 480. 7. 11 : lire x,

ovvero

D A B

392 : 560 = lire 480. 7. 11 : lire x,

e quindi $x = \frac{A}{D} \times B = \frac{560}{392} \times 480.\ 7.\ 11.$

Ora bastando che la x' sia limitata a' danari, a' danari altresì dovrà essere limitato il prodotto $Q \times B$. Dunque Q' dovrà avere cifre decimali $3+3+1=7$, e B' cifre decimali $3+1+1=5$. Quindi sarà $= \frac{A}{D} = 1{,}4285972$, e $B =$ lire 480,39583. Moltiplicate queste due ridotte si ha $x' =$ lire $686{,}292 =$ lire 686. 5. 10.

ESEMPIO VI.

278. Una certa Comunità è stata tassata a pagare moggia di frumento 2871, st. 7, quart. 3, la quale quantità deve distribuirsi tra quattro Compadroni in proporzione de' loro fondi. Il primo possede un fondo censito scudi 2056, lir. $4\frac{3}{8}$; il secondo un fondo censito scudi 1740, lir. $3\frac{5}{8}$; il terzo scudi 840, lir. $2\frac{7}{8}$; il quarto scudi 636, lir. $5\frac{6}{8}$. Si domanda come debba ripartirsi tra i Possidenti la detta quantità di frumento?

Secondo la Regola del Tre applicata alla Regola di Società, sommati i quattro particolari censi, sicchè se ne abbia la somma scudi 5274, lir. $4\frac{5}{8}$, i termini della quistione si dovranno disporre nel seguente modo:

$$\text{Sc. } 5274 \text{ lir. } 4\tfrac{5}{8} \left\{ \begin{array}{l} \text{sc.} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 2056.\text{l. } 4\tfrac{5}{8} \\ 1740.\text{l. } 3\tfrac{5}{8} \\ 840.\text{l. } 2\tfrac{7}{8} \\ 636.\text{l. } 5\tfrac{6}{8} \end{array} \right. = \text{mog. } 2871,\text{st. } 7.3 : \left\{ \begin{array}{l} \text{u parte del 1.°} \\ \text{x parte del 2.°} \\ \text{y parte del 3.°} \\ \text{z parte del 4.°} \end{array} \right.$$

ovvero riducendo i rotti comuni a' decimali.

$$\text{Sc. } 5274{,}7708 : \left\{ \begin{array}{l} \text{sc.} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 2056{,}7291 \\ 1740{,}6041 \\ 840{,}4791 \\ 686{,}9587 \end{array} \right. = \text{mog. } 2871{,}96875 : \left\{ \begin{array}{l} \text{u} \\ \text{x} \\ \text{y} \\ \text{z} \end{array} \right.$$

Quindi si troverà $u = \frac{2056{,}7291000000}{5274{,}7708} \times \text{m. } 2871{,}96875 = \text{m. } 1119.\text{ st. } 7.\text{ q. } 1$

$x = \frac{1740{,}6041000000}{5274{,}7708} \times \text{m. } 2871{,}96875 = \text{m. } 947.\text{ st. } 5.\text{ q. } 2$

$y = \frac{840{,}4791000000}{5274{,}7708} \times \text{m. } 2871{,}96875 = \text{m. } 457.\text{ st. } 4.\text{ q. } 3$

$z = \frac{686{,}9587000000}{5274{,}7708} \times \text{m. } 2871{,}96875 = \text{m. } 346.\text{ st. } 6.\text{ q. } 1$

§. II.

Delle Regole generali per usare con sicurezza e precisione le frazioni decimali in quelle quistioni aritmetiche, le quali richieggono più regole del Tre semplici dipendenti le une dalle altre.

Proposizione.

Lemma.

279. Supposto che una qualunque quantità *decimale difettosa* a $+ \delta$, la di cui parte decimale sia δ, debbasi innalzare alla potenza n in maniera che questa trovisi limitata ad un dato numero k di cifre decimali *esatte*, o almeno *sicure*, si domanda quante decimali cifre si debbano assegnare alla medesima quantità difettosa $a + \delta$?

Risposta.

Si chiami μ il numero delle cifre che compongono la parte intera a di $a + \delta$. Per le regole della moltiplicazione al *fattore* $a + \delta$ si dovranno assegnare cifre decimali $k + \mu \times \overline{n-1}$.

ESEMPIO.

Si voglia formare la potenza quarta di 2,536 ec., la quale si trovi limitata a cinque cifre decimali *esatte* o *sicure*, alla quantità difettosa 2,536 ec. si dovranno assegnare cifre decimali $5 + 2 \times 3 = 5 + 6 = 11$.

Quistione Prima.

280. Un dato capitale che chiameremo a viene impiegato a censo composto ad un dato interesse per 100, il quale interesse ridotto e diviso per 100 chiameremo δ, si domanda quale accrescimento avrà il capitale alla fine di un certo numero d'anni interi, il quale diremo n.

Per la Regola del Tre il frutto del primo anno sarà $a \times \delta$, ed il capitale alla fine del primo anno diverrà $a + a\delta = a(1+\delta)$. Il frutto annuo di questo capitale sarà $a(1\times\delta)\times\delta = a(\delta+\delta^2)$, ed il capitale alla fine del secondo anno diverrà $a(1+\delta)+a(\delta^2+\delta) = a(\delta^2+2\delta+1) = a(1+\delta)^2$. E così continuando a ragionare si troverà che alla fine di anni n, il capitale diverrà $a(1+\delta)^n$, e per conseguenza il di lui aumento sarà $a(1+\delta)^n - a = a(1+\delta^n+1)$.

281. Che se l'impiego dovrà durare ancora per una parte k dell'anno $(n+1)^{simo}$, l'interesse corrispondente alla medesima parte sarà $a(1+\delta)^n \times \delta k$, onde il capitale diverrà $a(1+\delta)^n + a(1+\delta)^n \times \delta k = a(1+\delta)^n(1+\delta k)$, e l'accrescimento del capitale sarà $a(1+\delta)^n(1+\delta k) - a$.

Ora determineremo l'uso delle decimali frazioni in simili quistioni co' seguenti esempj.

ESEMPIO I.

282. Pietro impiega a censo composto il capitale di lire 4726 all'interesse di lire 5, soldi 6, dan. 10, si domanda quale accrescimento avrà il capitale alla fine di anni 4 compiti?

Per determinare aritmeticamente coll'uso delle decimali frazioni quanto si cerca, osservo, che il detto accrescimento deve essere limitato a' soldi e danari e nulla più, e per conseguenza a tre decimali cifre, quindi nella formola $a(1+\delta)^n - a$ esprimente generalmente l'aumento del capitale essendo $a = 4726$ avente quattro cifre, per la regola della moltiplicazione la potenza $(1+\delta)^4$ dovrà essere limitata a 7 decimali cifre. Dunque per il premesso Lemma la semplice $1+\delta$ dovrà avere cifre decimali $8+3=11$. Dunque nel presente caso sarà $1+\delta = 1{,}05341666666$. Se ne faccia la quarta potenza, la quale si troverà essere 1,1851881, e sprezzata l'unità intera si moltiplichino le sette decimali cifre per il capitale lire 4726, ed il prodotto lire 874,209 indicherà l'aumento cercato.

ANNOTAZIONE I.

283. Avverta il Principiante, che per fare col minore pos-

sibile incomodo la quarta potenza di $1+\delta$, gioverà procedere così. Si moltiplichi $1+\delta$ per sè medesimo al modo *rovescio*, e sprezzate nel prodotto le due ultime decimali cifre, questo si moltiplichi per sè stesso parimenti a modo *rovescio*, e si avrà la quarta potenza 1,1851881. Questa potenza ed altre simili si formano più speditamente col mezzo de' logaritmi, ma conviene confessare che alcuna volta i logaritmi delle tavole che corrono per le mani di tutti, non contengono un sufficiente numero di cifre decimali per ottenere l'intento.

Annotazione II.

284. Se nel tempo dell'impiego, oltre a' quattro anni compiti, si fosse trovata la parte k dell'anno quinto, considerando la formola generale $a(1+\delta^n(1+\delta k))$, si vede subito che la potenza $(1+\delta)^4$ deve essere moltiplicata successivamente per i due fattori a, 1 interi, sicchè al più essa dovrebbe essere limitata a cifre decimali *sicure* otto.

Quistione seconda.

285. Tizio vuole fare contratto con Sempronio, che da questo gli sia pagata annualmente una data pensione per tutto il tempo di sua vita. Si cerca qual somma debba perciò Tizio anticipatamente pagare a Sempronio, a condizione che passato il detto tempo, questa somma rimangà in potere di Tizio?

È manifesto che la pensione annua che Sempronio paga a Tizio può essere impiegata ad un dato interesse, quindi Sempronio pagando a Tizio la detta pensione non solo si priva di questa, ma anche de' frutti che da essa si possono ricavare, ed è similmente chiaro, che i vantaggi della pensione e de' frutti passano in favore di Tizio. Dunque la somma da pagarsi da Tizio deve essere tale che impiegata allo stesso interesse semplice al quale può impiegarsi la pensione, la somma di essa e de' suoi frutti alla fine del determinato numero d'anni uguagli la somma delle pensioni pagate e de' proventi che dalla medesima si sono ricavati o si potevano ricavare. Quindi se chiameremo b l'annua pensione, n il numero degli anni, e δ l'interesse ridotto e di-

viso per 100, e finalmente x la somma cercata; primamente la somma x impiegata all'interesse semplice δ, alla fine degli anni n produrrà la somma d'interessi $x\,\delta\,n$, e la quantità totale di danaro che alla fine de' medesimi anni sarà entrata in cassa di Sempronio sarà $x + x\,\delta\,n = x(1 + \delta n)$. Dall'altra parte la prima pensione non pagandosi che alla fine del primo anno dopo il contratto, impiegata all'interesse δ produrrà alla fine dell'anno secondo il frutto $b \times \delta$; alla fine del terzo anno il frutto delle due pensioni sarà $2b \times \delta$; alla fine del quarto sarà $3b \times \delta$, e così successivamente; sicchè la somma de' frutti che Sempronio ricaverà alla fine dell'ultimo anno per tutte le pensioni impiegate sarà la somma della serie aritmetica $b\,\delta + 2\,b\,\delta + 3\,b\,\delta \ldots\ldots (n-1)\,\delta = b\,\delta \left(1 + 2 + 3 \ldots + n - 1\right)$ la quale somma è $a\,\delta\,n\left(\frac{n-1}{2}\right)$, e se a questa quantità aggiugneremo la somma delle pensioni, la quale è $n\,b$; la quantità di danaro che sarà entrata in cassa di Sempronio alla fine degli anni n sarà $b\,n + b\,\delta\left(\frac{n^2 - n}{2}\right) = b\,n\left[1 + \delta\left(\frac{n-1}{2}\right)\right]$. Dunque avremo l'equazione

$$x\,(1 + \delta n) = b\,n\left[1 + \delta\,\frac{n-1}{2}\right]$$

dalla quale si cava $x = \frac{b\,n}{1+n}\left[1 + \delta\left(\frac{n-1}{2}\right)\right]$.

ESEMPIO.

286. Supponiamo che secondo le regole generali dell'estimazione della vita degli uomini, la vita di Tizio superstite al momento del contratto sia di 20 anni, e per conseguenza $n = 20$. Sia l'annua pensione $b =$ lire 500. L'interesse semplice lire 5, sol. 6, dan. 10 per 100, e per conseguenza $\delta =$ lire 0,0534166 ec. Considerando la formola $x = \frac{b\,n}{1+\delta n} \times \left(1 + \delta\left(\frac{n-1}{2}\right)\right) = \frac{10000}{1+20\,\delta} \times \left(1 + \frac{19}{2}\,\delta\right)$, si vede che nel numeratore l'interesse δ deve essere moltiplicato per il numero intero 10000×9, e nel deno-

minatore per l'intero 20. Perchè adunque la somma x vuole essere limitata a' danari e nulla più, e per conseguenza a tre decimali cifre *esatte* o *sicure*; ad altrettante dovrà essere limitata la quantità $\frac{10000}{1+20\delta} \times (1+9,5\times\delta)$, e perciocchè il quoziente non può avere più di cinque cifre intere, per il numero 221, a δ esistente nel denominatore si dovranno assegnare cifre decimali $3+5+1=9$, e nel numeratore cifre $6+1+5+2=14$, onde questo sarà 0,053416666666666, e quello 0,053416666. Effettuate le operazioni aritmetiche che richiede la formola, si troverà $x=$ lire 7288,275 = lire 7288, soldi 5, dan. 6.

ANNOTAZIONE.

287. Non essendo nostro intendimento di trattare qui diffusamente delle materie accennate ne' due precedenti Problemi, ma solo di indicare l'uso delle frazioni decimali che ne' medesimi ed altri simili problemi si deve fare, perciò essi possono bastare all'intento.

§. III.

Delle sopraccennate regole nella Regola del Tre composta.

288. Potendosi, siccome è noto, tutti i termini dati in una quistione appartenente alla Regola del Tre composta ridurre a tre soli, le regole che abbiamo di sopra recate per la regola del tre semplice, valeranno altresì per la composta, onde sembra inutile l'estenderci qui d'avvantaggio in questa materia. Con tutto ciò non lasceremo di recarne in grazia de' Principianti un esempio.

ESEMPIO.

289. Una macina di due piedi ed once $5\frac{1}{2}$ di diametro, usata già da tre anni, lavorando 9 ore e 40 min. al giorno con una data velocità, macina in 4 giorni e 7 ore moggia frumento 30, staia 3, quarti 2, si domanda quanto frumento macinerà